COURS SPÉCIALISÉS

COLLECTION SMF

# Stochastic properties of dynamical systems

Françoise PÈNE

30

*Comité de rédaction*

Raphaël CÔTE
Cyril DEMARCHE
Romain DUJARDIN
Olivier GUICHARD
Thierry LÉVY
Bertrand MAURY
Alain VALETTE
Sophie GRIVAUX (Rédactrice en chef)

*Diffusion*

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
commandes@smf.emath.fr

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

*Tarifs*

*Vente au numéro :* 54 € ($ 81)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

*Secrétariat*

Cours Spécialisés
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
cours_specialises@smf.emath.fr • http://smf.emath.fr/

© *Société Mathématique de France 2022*

*Tous droits réservés (article L 122–4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335–2 et suivants du CPI.*

ISSN 1284-6090

ISBN 978-2-85629-967-8

Directeur de la publication : Fabien DURAND

# AN INTRODUCTION TO THE STUDY OF THE STOCHASTIC PROPERTIES OF DYNAMICAL SYSTEMS

**Françoise Pène**

COURS SPÉCIALISÉS 30

# AN INTRODUCTION TO THE STUDY OF THE STOCHASTIC PROPERTIES OF DYNAMICAL SYSTEMS

Françoise Pène

Société Mathématique de France 2022

*Françoise Pène*
UBO, UFR Sciences et Techniques
Département de Mathématiques
6 avenue Le Gorgeu
29238 Brest cedex 3

***Mathematical Subject Classification* (2010). —** 37-00, 37A25, 37A30, 60F05, 60G42, 47A55.
***Keywords*. —** Recurrence, ergodicity, mixing, Markov, operator, quasi-compactness, martingale method, Nagaev-Guivarc'h method, Keller-Liverani perturbation theorem, decorrelation, Lindeberg method, central limit theorem.
***Mots-clefs*. —** Récurrence, ergodicité, mélange, Markov, opérateur, quasi-compacité, méthode de martingales, méthode de Nagaev-Guivarc'h, théorème de perturbation de Keller-Liverani, décorrelation, méthode de Lindeberg, théorème central limite.

# AN INTRODUCTION TO THE STUDY OF THE STOCHASTIC PROPERTIES OF DYNAMICAL SYSTEMS

**Françoise Pène**

***Abstract.* —** This book provides an introduction to the study of the stochastic properties of probability preserving dynamical systems. Only the usual knowledge of the first year of a Master's degree is required. Many reminders are given. The definitions and results are illustrated by examples and corrected exercises. The book presents the notions of Poincaré's recurrence, of ergodicity, of mixing. It enlights also existing links between dynamical systems and Markov chains. The final objective of this book is to present three methods for establishing central limit theorems in the context of chaotic dynamical systems: a first method based on martingale approximations, a second method based on perturbation of quasi-compact linear operators and a third method based on decorrelation estimates.

***Résumé* (Une introduction à l'étude des propriétés stochastiques des systèmes dynamiques). —** Ce livre est un ouvrage introductif à l'étude des propriétés stochastiques des systèmes dynamiques chaotiques préservant une mesure de probabilité. Les prérequis de ce livre sont les connaissances usuellement enseignées en première année de Master en Mathématiques (ce livre contient de plus des rappels de niveau Bac+4). Les définitions et les résultats contenus dans cet ouvrage sont illustrés par des exemples et des exercices corrigés. Le livre commence par une présentation des notions classiques dans l'étude des systèmes dynamiques telles que la notion de mesure invariante, le théorème de récurrence de Poincaré, les propriétés d'ergodicité et de mélange, la notion d'isomorphisme. Il met également en évidence les liens existants entre les systèmes dynamiques et les chaînes de Markov. L'objectif final de ce livre est de présenter trois méthodes permettant d'établir des théorèmes centraux limites dans le cadre des systèmes dynamiques chaotiques : une première méthode basée sur les approximations martingales, une deuxième méthode basée sur la perturbation d'opérateurs quasi-compacts et une troisième méthode basée sur des estimées de décorrélation.

# CONTENTS