

# Bulletin

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

## STATISTICS FOR KNESER $p$ -NEIGHBORS

Gaëtan Chenevier

Tome 150  
Fascicule 3

2022

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

pages 473-516

---

Le *Bulletin de la Société Mathématique de France* est un périodique trimestriel  
de la Société Mathématique de France.

Fascicule 3, tome 150, septembre 2022

---

**Comité de rédaction**

Christine BACHOC	Julien MARCHÉ
Yann BUGEAUD	Kieran O'GRADY
François DAHMANI	Emmanuel RUSS
Clothilde FERMANIAN	Béatrice de TILIÈRE
Wendy LOWEN	Eva VIEHMANN
Laurent MANIVEL	

Marc HERZLICH (Dir.)

**Diffusion**

Maison de la SMF	AMS
Case 916 - Luminy	P.O. Box 6248
13288 Marseille Cedex 9	Providence RI 02940
France	USA
commandes@smf.emath.fr	www.ams.org

**Tarifs**

Vente au numéro : 43 € (\$ 64)

Abonnement électronique : 135 € (\$ 202),

avec supplément papier : Europe 179 €, hors Europe 197 € (\$ 296)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

**Secrétariat : Bulletin de la SMF**

*Bulletin de la Société Mathématique de France*  
Société Mathématique de France  
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris Cedex 05, France  
Tél : (33) 1 44 27 67 99 • Fax : (33) 1 40 46 90 96  
bulletin@smf.emath.fr • smf.emath.fr

© Société Mathématique de France 2022

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN 0037-9484 (print) 2102-622X (electronic)

Directeur de la publication : Fabien DURAND

---

## STATISTICS FOR KNESER $p$ -NEIGHBORS

WITH AN APPENDIX BY OLIVIER TAÏBI

BY GAËTAN CHENEVIER

---

ABSTRACT. — Let  $L$  and  $L'$  be two integral Euclidean lattices in the same genus. We give an asymptotic formula for the number of Kneser  $p$ -neighbors of  $L$  that are isometric to  $L'$ , when the prime  $p$  goes to infinity. In the case when  $L$  is unimodular, and if we fix furthermore a subgroup  $A \subset L$ , we also give an asymptotic formula for the number of  $p$ -neighbors of  $L$  containing  $A$  and which are isomorphic to  $L'$ . These statements explain numerical observations in [1], [4], and [12].

In the Appendix, O. Taïbi shows, from Arthur's results, how to deduce the existence of global parameters associated to automorphic representations of definite orthogonal groups over the rationals.

---

*Texte reçu le 5 mai 2021, accepté le 19 octobre 2021.*

GAËTAN CHENEVIER, CNRS, DMA, École Normale Supérieure, 45 rue d'Ulm, 75230 Paris Cedex 5, France • *E-mail* : [gaetan.chenevier@cnrs.fr](mailto:gaetan.chenevier@cnrs.fr)

Mathematical subject classification (2010). — 11F; 11F46, 11F55, 11F70, 11F72, 11F80, 11G40, 11H06, 11R39, 11Y55, 22C05.

Key words and phrases. — Integral quadratic forms, unimodular lattices, Kneser neighbors, automorphic forms, equidistribution.

During this work, the authors were supported by C.N.R.S. and by the project ANR-19-CE40-0015-02 COLOSS.