

Mémoires

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

HOLONOMIC \mathcal{D} -MODULES WITH BETTI STRUCTURE

Numéro 138-139
Nouvelle série

2 0 1 4

Takuro MOCHIZUKI

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

Comité de rédaction

Jean BARGE
Emmanuel BREUILLARD
Gérard BESSON
Antoine CHAMBERT-LOIR
Jean-François DAT
Jean-Marc DELORT

Charles FAVRE
Daniel HUYBRECHTS
Yves LE JAN
Laure SAINT-RAYMOND
Wilhem SCHLAG

Raphaël KRIKORIAN (dir.)

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
smf@smf.univ-mrs.fr

Hindustan Book Agency
O-131, The Shopping Mall
Arjun Marg, DLF Phase 1
Gurgaon 122002, Haryana
Inde

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

Tarifs

Vente au numéro : 40 € (\$ 60)

Abonnement Europe : 300 € hors Europe : 334 € (\$ 519)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat : Nathalie Christiaën

Mémoires de la SMF
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
revues@smf.ens.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2014

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN 0249-633-X

ISBN 978-285629-791-9

Directeur de la publication : Marc PEIGNÉ

MÉMOIRES DE LA SMF 138/139

HOLONOMIC \mathcal{D} -MODULES
WITH BETTI STRUCTURE

Takuro Mochizuki

Société Mathématique de France 2014

Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

T. Mochizuki

Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University, Kyoto
606-8502, Japan.

E-mail : takuro@kurims.kyoto-u.ac.jp

2000 Mathematics Subject Classification. — 14F10, 32C38.

Key words and phrases. — holonomic D-modules, Betti structure, Stokes structure.

In memory of Tora, the cat of RIMS

HOLONOMIC \mathcal{D} -MODULES WITH BETTI STRUCTURE

Takuro Mochizuki

Abstract. — We define the notion of Betti structure for holonomic \mathcal{D} -modules which are not necessarily regular singular. We establish the fundamental functorial properties. We also give auxiliary analysis of holomorphic functions of various types on the real blow up.

Résumé (\mathcal{D} -modules holonomes munis d'une structure de Betti)

Nous définissons la notion de structure Betti pour les \mathcal{D} -modules holonomes qui ne sont pas nécessairement singuliers réguliers. Nous établissons leurs propriétés fonctorielles principales. Nous donnons également une analyse supplémentaire des fonctions holomorphes de divers types sur l'éclatement réel.

CONTENTS

1. Introduction	1
1.1. Pre-Betti structure	2
1.2. Betti structure in the one dimensional case	2
1.3. Betti structure in the higher dimensional case	4
1.4. Main goal	8
1.5. Acknowledgement	10
2. Preliminary	11
2.1. Notation and words	11
2.2. Beilinson's construction	17
3. Good holonomic \mathcal{D}-modules and their de Rham complexes ..	25
3.1. Good holonomic \mathcal{D} -modules	25
3.2. De Rham complexes	36
4. Some sheaves on the real blow up	43
4.1. Holomorphic functions	43
4.2. C^∞ -functions	47
4.3. Nilsson type functions	54
4.4. Push-forward	65
4.5. Characterization by growth order	69
4.6. Flatness of the sheaf of holomorphic functions with moderate growth	79
4.7. Push-forward of good \mathcal{D} -modules and real blow up	82
5. Complexes on the real blow up associated to good meromorphic flat bundles	87
5.1. De Rham complexes	87
5.2. Duality	97

5.3. Functoriality	101
5.4. A rigidity property (Appendix)	103
6. Good K-structure	111
6.1. Good meromorphic flat bundles	111
6.2. Good holonomic \mathcal{D} -modules with good K -structure (Local case) ..	119
6.3. Good pre- K -holonomic \mathcal{D} -modules	122
6.4. Meromorphic flat connections with good K -structure	129
6.5. Preliminary for push-forward	138
7. K-holonomic \mathcal{D}-modules	143
7.1. Preliminary	143
7.2. K -Betti structure	146
7.3. $K(*D)$ -Betti structure	151
8. Functoriality properties	157
8.1. Statements	157
8.2. Step 1	158
8.3. Step 2	161
8.4. Some resolutions	166
8.5. Step 3	170
9. Derived category of algebraic	
K-holonomic \mathcal{D}-modules	175
9.1. Standard exact functors	175
9.2. Push-forward and pull-back	177
9.3. Tensor product and inner homomorphism	186
9.4. K -structure of the space of morphisms	187
Bibliography	197
Index	203