Mémoires
de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Numéro 171
Nouvelle série

ON THE EVOLUTION BY DUALITY OF DOMAINS ON MANIFOLDS

K. COULIBALY-PASQUIER & L. MICLO

2021

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Comité de rédaction

Christine BACHOC
Yann BUGEAUD
François DAHMANI
Béatrice de TILLIÈRE
Clotilde FERMANIAN
Wendy LOWEN
Laurent MANIVEL
Julien MARCHÉ
Kieran O'GRADY
Emmanuel RUSS
Eva VIEHMANN

Marc HERZLICH (dir.)

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
`commandes@smf.emath.fr`

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
`www.ams.org`

Tarifs

Vente au numéro : 35 € ($ 53)
Abonnement électronique : 113 € ($ 170)
Abonnement avec supplément papier : 167 €, hors Europe : 197 € ($ 296)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat

Mémoires de la SMF
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
`memoires@smf.emath.fr` • `http://smf.emath.fr/`

© *Société Mathématique de France 2021*

Tous droits réservés (article L 122–4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335–2 et suivants du CPI.

ISSN papier 0249-633-X ; électronique : 2275-3230

ISBN 978-2-85629-935-7

`doi:10.24033/msmf.479`

Directeur de la publication : Fabien DURAND

MÉMOIRES DE LA SMF 171

ON THE EVOLUTION BY DUALITY OF DOMAINS ON MANIFOLDS

Koléhè Coulibaly-Pasquier
Laurent Miclo

Société Mathématique de France 2021

K. Coulibaly-Pasquier

Institut Élie Cartan de Lorraine, Université de Lorraine, Site de Nancy,
B.P. 70239, F-54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex.

E-mail : kolehe.coulibaly@univ-lorraine.fr

L. Miclo

Toulouse School of Economics, 1, Esplanade de l'université,
31080 Toulouse cedex 06, France.

E-mail : miclo@math.cnrs.fr

Reçu le 22 avril 2019, révisé le 16 avril 2020, accepté le 10 juin 2020.

2000 ***Mathematics Subject Classification.*** – 60J60; 58J65, 53C21, 53C44, 60J35, 35K59.

Key words and phrases. – Elliptic diffusions, Riemannian manifolds, stochastic domain dynamics, duality by intertwining, Bessel processes, modified mean curvature flows, constant curvature spaces.

Mots clefs. – Diffusions elliptiques, variétés riemanniennes, dynamiques stochastiques de domaines, dualité par entrelacement, processus de Bessel, flots par courbure moyenne modifiés, espaces à courbure constante.

LM acknowledges funding from the French National Research Agency (ANR) under the Investments for the Future (Investissements d'avenir) program, grants ANR-12-BS01-0019 and ANR-17-EURE-0010.

The authors are grateful to Marc Arnaudon, Jérôme Bertrand and Yuxin Ge for all their discussions about Riemannian geometry, to the referee for her/his suggestions and to the hospitality of the Institut Élie Cartan de Lorraine and of the Institut Mittag-Leffler, where this work was partially done.

ON THE EVOLUTION BY DUALITY OF DOMAINS ON MANIFOLDS

Koléhè Coulibaly-Pasquier, Laurent Miclo

***Abstract.* –** On a manifold, consider an elliptic diffusion X admitting an invariant measure μ. The goal of this paper is to introduce and investigate the first properties of stochastic domain evolutions $(D_t)_{t\in[0,\tau]}$ which are intertwining dual processes for X (where τ is an appropriate positive stopping time before the potential emergence of singularities). They provide an extension of Pitman's theorem, as it turns out that $(\mu(D_t))_{t\in[0,\tau]}$ is a Bessel-3 process, up to a natural time-change. When X is a Brownian motion on a Riemannian manifold, the dual domain-valued process is a stochastic modification of the mean curvature flow to which is added an isoperimetric ratio drift to prevent it from collapsing into singletons.

***Résumé* (Sur l'évolution par dualité de domaines dans des variétés)**

Sur une variété, considérons une diffusion elliptique X de mesure invariante μ. Le but de ce papier est d'introduire et d'étudier les premières propriétés d'évolutions stochastiques de domaines $(D_t)_{t\in[0,\tau]}$ qui sont des processus duaux par entrelacement de X (où τ est un temps d'arrêt strictement positif précédant l'apparition éventuelle de singularités). Il s'agit d'une extension du théorème de Pitman, puisqu'il ressort que $(\mu(D_t))_{t\in[0,\tau]}$ est un processus de Bessel-3, à un changement naturel de temps près. Quand X est un mouvement brownien sur une variété compacte, ce processus dual à valeurs domaines est une modification stochastique du flot par courbure moyenne auquel est ajouté une dérive fournie par un quotient isopérimétrique qui l'empêche de s'effondrer en des singletons.

© Mémoires de la Société Mathématique de France 171, SMF 2021