Mémoires
de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Numéro 177
Nouvelle série

PROJECTIONS, MULTIPLIERS AND DECOMPOSABLE MAPS ON NONCOMMUTATIVE L^p-SPACES

C. ARHANCET & C. KRIEGLER

2 0 2 3

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
commandes@smf.emath.fr

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

Tarifs

Vente au numéro : 43 € ($ 65)
Abonnement électronique : 113 € ($ 170)
Abonnement avec supplément papier : 167 €, hors Europe : 197 € ($ 296)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat

Mémoires de la SMF
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
memoires@smf.emath.fr • http://smf.emath.fr/

ISSN papier 0249-633-X; électronique : 2275-3230

ISBN 978-85629-971-5

doi:10.24033/msmf.485

Directeur de la publication : Fabien DURAND

MÉMOIRES DE LA SMF 177

PROJECTIONS, MULTIPLIERS AND DECOMPOSABLE MAPS ON NONCOMMUTATIVE L^p-SPACES

Cédric Arhancet
Christoph Kriegler

Société Mathématique de France 2023

C. Arhancet
6 rue Didier Daurat, 81000 Albi, France.
E-mail : `cedric.arhancet@protonmail.com`

C. Kriegler
Université Clermont Auvergne, CNRS, LMBP, F-63 000 Clermont-Ferrand, France.
E-mail : `christoph.kriegler@uca.fr`

Soumis le 21 juin 2019, révisé le 27 janvier 2021, accepté le 11 janvier 2022.

2000 *Mathematics Subject Classification.* – 46L51, 46L07, 43A07, 43A15, 43A22, 43A30, 43A35, 43A40, 46L52, 47L25.

***Key words and phrases.* –** Noncommutative L^p-spaces, operator spaces, regular operators, decomposable operators, Fourier multipliers, Schur multipliers, factorizable maps, complementations, Chabauty-Fell topology.

***Mots clefs.* –** Espaces L^p non commutatifs, espaces d'opérateurs, opérateurs réguliers, opérateurs décomposables, multiplicateurs de Fourier, multiplicateurs de Schur, applications factorisables, complémentations, topologie de Chabauty-Fell.

We dedicate this book to our families:
Clément, Lise, Nina, Christine, Raphael and Clara.

PROJECTIONS, MULTIPLIERS AND DECOMPOSABLE MAPS ON NONCOMMUTATIVE L^p-SPACES

Cédric Arhancet, Christoph Kriegler

Abstract. – We introduce a noncommutative analogue of the absolute value of a regular operator acting on a noncommutative L^p-space. We equally prove that two classical operator norms, the regular norm and the decomposable norm are identical. We also describe precisely the regular norm of several classes of regular multipliers. This includes Schur multipliers and Fourier multipliers on some unimodular locally compact groups which can be approximated by discrete groups in various senses. A main ingredient is to show the existence of a bounded projection from the space of completely bounded L^p operators onto the subspace of Schur or Fourier multipliers, preserving complete positivity. On the other hand, we show the existence of bounded Fourier multipliers which cannot be approximated by regular operators, on large classes of locally compact groups, including all infinite abelian locally compact groups. We finish by introducing a general procedure in order to prove positive results on selfadjoint contractively decomposable Fourier multipliers, beyond the amenable case.

Résumé **(Projections, multiplicateurs et applications décomposables sur des L^p-espaces non commutatifs)**

On introduit un analogue non commutatif de la valeur absolue d'un opérateur régulier agissant sur un espace L^p non commutatif. Nous prouvons également que deux normes classiques d'opérateurs, la norme régulière et la norme décomposable sont identiques. On décrit aussi précisément la norme régulière de plusieurs classes de multiplicateurs réguliers. Cela inclut les multiplicateurs de Schur et les multiplicateurs de Fourier sur certains groupes localement compacts unimodulaires qui peuvent être approximés par des groupes discrets dans des sens variés. Le principal ingrédient est l'existence d'une projection bornée de l'espace des opérateurs complètement bornés sur l'espace des multiplicateurs de Schur ou de Fourier, préservant la positivité complète. Par ailleurs, on montre l'existence de multiplicateurs de Fourier bornés qui ne peuvent être approximés par des opérateurs réguliers, sur de larges classes de groupes localement compacts, incluant tous les groupes localement compacts abéliens infinis. On termine en introduisant une procédure générale pour prouver des résultats positifs sur les multiplicateurs de Fourier contractivement décomposables autoadjoints, au-delà du cas moyennable.

CONTENTS