

Astérisque

FRANÇOISE DAL'BO

MARC PEIGNÉ

Comportement asymptotique du nombre de géodésiques fermées sur la surface modulaire en courbure non constante

Astérisque, tome 238 (1996), p. 111-177

http://www.numdam.org/item?id=AST_1996__238__111_0

© Société mathématique de France, 1996, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

COMPORTEMENT ASYMPTOTIQUE DU NOMBRE DE GÉODÉSQUES FERMÉES SUR LA SURFACE MODULAIRE EN COURBURE NON CONSTANTE

Françoise DAL'BO & Marc PEIGNÉ

Soit \bar{g}_ε une perturbation de la métrique hyperbolique sur $M = \mathbb{H}^2/\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z})$, nous démontrons que le nombre de géodésiques fermées sur (M, \bar{g}_ε) de longueur au plus a est équivalent quand a tend vers $+\infty$ à $e^{a\delta_\varepsilon}/a\delta_\varepsilon$ (où δ_ε est l'exposant critique de la série de Poincaré associée à $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z})$). La démonstration de ce résultat repose sur un codage des géodésiques fermées de (M, \bar{g}_ε) relié au développement en fractions continues des réels et sur l'utilisation d'un théorème du renouvellement harmonique nécessitant une étude spectrale précise de l'opérateur de transfert mis en jeu. Nous retrouvons également par cette méthode probabiliste la distribution asymptotique des constantes de Lévy des nombres quadratiques.

Let \bar{g}_ε be a variation of the hyperbolic metric on $M = \mathbb{H}^2/\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z})$, we prove that the number of closed geodesics on (M, \bar{g}_ε) with length less or equal to a is equivalent to $e^{a\delta_\varepsilon}/a\delta_\varepsilon$ (where δ_ε is the critical exponent of the Poincaré series associated with $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z})$). The proof of this result is based on a coding of closed geodesics related to the continuous fractions expansion of the reals and on an harmonic renewal theorem which requires a precise description of the spectrum of the appropriate transfer operator. Using this probabilistic method, we give a new proof of the asymptotic distribution of the Lévy constants of the quadratic numbers.

TABLE DES MATIÈRES

	Introduction	115
1	Codage des géodésiques de M en courbure constante	121
	1.1 Points de changement des géodésiques de \mathbb{H}^2	122
	1.2 Propriétés des éléments hyperboliques de $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z})$	125
	1.3 Passage au quotient	127
2	Flot géodésique et codage en courbure constante	129
	2.1 Représentation du flot géodésique par un flot spécial	129
	2.2 Lien entre mesure de Gauss et mesure de Liouville	130
3	Comportement asymptotique du nombre de géodésiques fermées de M en courbure constante	131
	3.1 Le théorème A se déduit du théorème B	132
	3.2 Démonstration du théorème B	134
4	Distribution asymptotique des constantes de Lévy des nombres quadratiques	139
	4.1 Résumé de la démonstration du théorème 4.0.1, partie (i)	140
	4.2 Résumé de la démonstration du théorème 4.0.1 partie (ii)	142
5	Étude du comportement asymptotique du potentiel harmonique d'une marche de Markov sur \mathbb{R}	145
	5.1 Démonstration du théorème du renouvellement harmonique	147
	5.2 Le couple (P, f) vérifie les hypothèses H_0, H_1, H_2, H_3, H_4	151
6	Perturbation de la métrique de Poincaré sur M	155
	6.1 Codage des géodésiques fermées de (M, \bar{g}_ε)	155
	6.2 Transformation dilatante et mesure T_ε -invariante sur Λ^+	157
	6.3 Comportement asymptotique de $\pi_\varepsilon(a)$	161
	6.4 Le couple $(P_\varepsilon, f_\varepsilon)$ vérifie les hypothèses H_0, H_1, H_2, H_3, H_4	165
	6.5 Mélange du flot géodésique sur (M, \bar{g}_ε)	171
	Bibliographie	175

