

# *Astérisque*

AST

**Hommage à P. A. Meyer et J. Neveu - Pages préliminaires**

*Astérisque*, tome 236 (1996), p. 1-8

[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1996\\_\\_236\\_\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1996__236__1_0)

© Société mathématique de France, 1996, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**236**

**ASTÉRISQUE**

**1996**

**HOMMAGE  
À P. A. MEYER ET J. NEVEU**

**SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE**  
Publié avec le concours du **CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**Classification A.M.S. : 60GXX, 60HXX, 60JXX**

À l'occasion du "sexagénariat" de P. A. Meyer et J. Neveu, leurs amis, collègues et élèves ont voulu leur témoigner admiration pour leur œuvre scientifique et gratitude pour leurs qualités humaines et leur exemple, en leur offrant ce bouquet d'articles qui, nous l'espérons, manifeste la fertilité et la vitalité des graines qu'ils sèment généreusement depuis de longues années. Ce volume ne représente qu'une partie, importante, du cadeau auquel beaucoup d'amis se sont associés, et qui se concrétisera aussi sous d'autres formes.

Puisse la théorie des probabilités voir encore germer et fleurir de nombreuses idées de nos deux maîtres !



## TABLE DES MATIÈRES

Table des matières	5
S. ATTAL, M. ÉMERY : Martingales d'Azéma bidimensionnelles.	9
<p>Un théorème de Meyer affirme l'existence de solutions pour une équation de structure markovienne à coefficient continu; en l'étendant à deux dimensions, nous obtenons l'existence des martingales d'Azéma bidimensionnelles. Ces processus font l'objet d'une classification simple; certains d'entre eux jouissent de la propriété de représentation chaotique.</p> <p>Classification AMS : 60 G 44.</p>	
D. BAKRY : Remarques sur les semigroupes de Jacobi.	23
<p>Après une première partie montrant les connexions entre les semigroupes de Jacobi et le laplacien sphérique, nous donnons une estimation de la constante de Sobolev de ces semigroupes.</p> <p>Classification AMS : 47 D 03, 47 D 07, 60 J 35.</p>	
S. BENACHOUR, B. ROYNETTE, P. VALLOIS : Solutions fondamentales de	41
$u_t - \frac{1}{2} u_{xx} = \pm  u_x .$ <p>A l'aide de techniques probabilistes nous construisons explicitement la solution fondamentale du problème de Cauchy associé à l'équation <math>u_t - \frac{1}{2} u_{xx} = \pm  u_x </math>, lorsque la dimension d'espace <math>d</math> est égale à 1. Puis nous analysons le comportement en norme <math>L^p</math> des solutions de cette équation pour une large classe de données initiales. Le cas où <math>d \geq 2</math> a été étudié aussi et fera l'objet d'une autre publication.</p> <p>Classification AMS : 35 K 55.</p>	
P. BIANE : Quelques propriétés du mouvement brownien non-commutatif.	73
<p>Le mouvement brownien non-commutatif est la dilatation naturelle d'un semi-groupe d'applications complètement positives sur la <math>C^*</math>-algèbre du groupe d'Heisenberg. On étudie tout particulièrement les propriétés d'invariance par le groupe unitaire de ce processus, ce qui amène à considérer un processus de Bessel non-commutatif, dont le semi-groupe est relié à la compactification de Martin en espace-temps d'un processus de branchement.</p> <p>Classification AMS : 47 D 03, 81 S 25.</p>	
F. COMETS : A Spherical Bound for the Sherrington-Kirkpatrick Model.	103
<p>We prove existence of a phase transition for the Sherrington-Kirkpatrick model at <math>\beta = 1</math>: making use of the domination by the spherical model, we derive a bound for the pressure as well as for the ground state energy.</p> <p>Classification AMS : 60 K 35, 82 A 57.</p>	

- C. DELLACHERIE : Théorie générale du potentiel I. 109  
 Plus précisément et plus modestement, mais plus longuement, j'avais prévu intituler cet article, dans la lignée de [3], [4] et [5] (en grande partie absorbé),  
*Rudiments de théorie non (nécessairement) linéaire du potentiel fellerien(ne)*  
 mais, vu les circonstances, je n'ai pu résister à la tentation de réaffirmer mon ambition, mettre à nu les ressorts élémentaires et fondamentaux de toute théorie du potentiel, même si ce projet est encore loin d'être réalisé. Le menu du jour est surtout l'étude du principe du maximum, sous toutes ses formes.  
 Classification AMS : 26 D 10, 31 D 05, 35 B 05.
- J. GLOVER, M. RAO : Condenser Potentials. 125  
 Under appropriate hypotheses, the potential theory of a transient Markov process can be recovered from the condenser charges.  
 Classification AMS : 60 J 45, 31 C 15.
- S. C. HARRIS, D. WILLIAMS : Large deviations and martingales for a typed 133  
 branching diffusion, 1.  
 We study a certain family of typed branching diffusions where the type of each particle moves as an Ornstein-Uhlenbeck process and binary branching occurs at a rate quadratic in the particle's type. We calculate the 'left-most' particle speed for the branching process explicitly, aided by close connections with harmonic oscillator theory. The behaviour of the system changes markedly below a certain critical temperature parameter.  
 In the high-temperature regime, the study of various 'additive' martingales and their use in a change of measure method provides the proof of the almost sure speed of spread of the particle system.  
 Also, we briefly mention how to use the martingale results of the branching diffusion model in representations of travelling-wave solutions for the associated reaction-diffusion equation.  
 Classification AMS : 60 J 80, 60 G 44, 60 F 10.
- J. JACOD : La variation quadratique du brownien en présence d'erreurs 155  
 d'arrondi.  
 Nous étudions le comportement asymptotique (quand  $n \rightarrow \infty$ ) de la variation quadratique au pas  $n$ ,  $\sum_{i=1}^{[nt]} (X_{i/n} - X_{(i-1)/n})^2$ , lorsque  $X$  est un brownien linéaire, et lorsqu'on remplace dans la formule ci-dessus  $X_{i/n}$  par une valeur arrondie, avec une précision  $\alpha_n$  pouvant dépendre de  $n$ . On verra apparaître des comportements inattendus, dépendant de la limite  $\alpha$  de la suite  $\alpha_n$ , et de sa vitesse de convergence si  $\alpha = 0$ .  
 Classification AMS : 60 G 07, 60 J 65.
- T. JEULIN : Filtrations, sous-filtrations : propriétés élémentaires. 163  
 Nous donnons des conditions simples pour qu'il existe des martingales continues (ou plus précisément un mouvement brownien) adaptées à une filtration.  
 Classification AMS : 60 G 44, 60 H 99.
- F. B. KNIGHT : The Uniform Law for Exchangeable and Lévy Process Bridges. 171  
 Let  $X(t)$ ,  $0 \leq t \leq 1$ , be a bridge from 0 to 0 with exchangeable increments on  $D[0, 1]$ . We obtain the n.a.s.c. for the sojourn below 0 to be uniformly distributed, or equivalently for  $X$  to have a uniform index of the (unique) supremum. This is applied to Lévy bridges.  
 Classification AMS : 60 G 09, 60 J 30.

## F. LEDRAPPIER : Profil d'entropie dans le cas continu. 189

On considère le mouvement brownien sur un revêtement régulier d'une variété Riemannienne compacte. Par analogie avec l'entropie d'Avez des marches aléatoires, V. Kaimanovitch a défini un nombre positif appelé encore entropie, nul si et seulement si les seules fonctions harmoniques bornées sont les fonctions constantes. Dans cet article, nous proposons une démonstration des premières propriétés de cette entropie; de plus nous obtenons toute une famille de nombres rassemblés dans une fonction : le profil d'entropie. Le profil d'entropie enregistre les variations à grande échelle du noyau de la chaleur et permet de retrouver d'autres quantités asymptotiques.

Classification AMS : 58 G 32.

G. LETAC : The Function  $\exp[-p \text{Trace} \sqrt{2A}]$  as a Laplace Transform on Symmetric Matrices. 199

This note shows that if  $p > 0$  and if  $S_+$  is the set of symmetric positive definite matrices, then the function on  $S_+$  defined by  $A \mapsto \exp(-\text{Trace } p\sqrt{2A})$  is the Laplace transform of a non positive function concentrated on  $S_+$  if  $n \geq 2$ . This function is explicitly computed for  $n = 2$ . This computation is generalized to a Lorentz cone. The link of this question with the inverse Gaussian distributions in probability theory is also discussed, as well as the general problem of considering  $\det L(A)$  as a Laplace transform on symmetric matrices when  $L(\lambda)$  is a Laplace transform on the real line.

Classification AMS : 44 A 10, 60 E 10.

## B. MAISONNEUVE : Excursions chevauchant un temps aléatoire quelconque. 215

Nous étudions diverses lois conditionnelles de l'excursion (d'un processus de Markov) chevauchant un temps aléatoire quelconque.

Cet exposé constitue la rédaction de résultats présentés pour l'essentiel au Seminar on Stochastic Processes de Gainesville en 1985 et aux Journées de Luminy 1985. Il s'agit aussi d'un petit cadeau d'anniversaire à mes maîtres P.A. Meyer (qui a manifesté plusieurs fois son intérêt pour une telle rédaction) et J. Neveu.

Classification AMS : 60 J 25, 60 J 40, 60 J 50, 60 J 55, 60 K 99.

## K.R. PARTHASARATHY : Maassen Kernels and Self-Similar Quantum Fields. 227

In his Lecture Notes [Maj] P. Major has outlined a theory of multiple Wiener-Itô integrals with respect to a stationary Gaussian random field  $\xi$  over the Schwartz space  $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$  of rapidly decreasing smooth functions in  $\mathbb{R}^d$ . Furthermore, he has exploited the same to construct self-similar random fields subordinate to  $\xi$ . Here, we observe that the Hilbert space of functions square integrable with respect to the probability measure  $P$  of  $\xi$  can be identified in a natural way with the Hilbert space of functions square integrable with respect to the symmetric Guichardet measure [Gui] constructed from the spectrum of  $\xi$ . Under such an identification, multiplication of random variables on the probability space of  $\xi$  becomes the twisted convolution of Lindsay and Maassen [Li M 1,2] for Maassen kernels [Maa], [Mey]. The multiple Wiener-Itô integral of Major is described neatly by a twisted version of Meyer's multiplication formula (see (IV.4.1 in [Mey])). Following Lindsay and Parthasarathy [Li P] we introduce the weighted and twisted convolution of Maassen kernels, present a generalization of Meyer's formula and exploit it to construct a family of operator fields whose expectations in the vacuum state exhibit a simultaneous self-similarity property. Such a construction includes Major's examples and at the same time yields a self-similar Clifford field.

Classification AMS : 81 S 25, 60 G 60.

J. W. PITMAN, M. YOR : Quelques identités en loi pour les processus de Bessel. 249

Nous rassemblons certaines identités en loi concernant les intégrales de  $R^{-1}$ ,  $R^2$ , ainsi que le supremum de  $R$ , processus de Bessel de dimension 1, 2 ou 3, puis nous les étendons convenablement à toute dimension. Ces généralisations mettent en jeu certains processus qui "interpolent" entre les ponts et les processus de Bessel. Elles interviennent aussi bien dans des études appliquées, par exemple : calcul de prix d'options, que pour certaines questions d'équations non linéaires.

Classification AMS : 60 G 07, 60 H 05.

M. PRATELLI : Quelques résultats de calcul stochastique et leur application 277  
aux marchés financiers.

Nous donnons quelques résultats d'intégration stochastique et de théorie générale des processus, qui peuvent être appliqués dans l'étude des modèles stochastiques pour les marchés financiers.

Classification AMS : 60 H 05, 60 H 30.

D. W. STROOCK, O. ZEITOUNI : Variations on a Theme by Bismut. 291

Let  $M$  be a compact, connected, Riemannian manifold of dimension  $d$ , let  $\{P_t : t > 0\}$  denote the Markov semigroups on  $C(M)$  determined by  $\frac{1}{2}\Delta$ , and let  $p_t(x, y)$  denote the kernel (with respect to the Riemannian volume measure) for the operator  $P_t$ . (The existence of this kernel as a positive, smooth function is well-known, see e.g. [D].) Bismut's celebrated formula, presented in [B], equates  $\nabla \log(p_t(\cdot, y))$  with certain stochastic integrals (see (20) below.) Various derivations of this formula and its extensions can be found in [AM], [EL] and [N]. In this note, we give a quick derivation of Bismut's and related formulae by lifting considerations to the bundle of orthonormal frames, using Bochner's identity, and applying a little elementary stochastic analysis. Some consequences of these identities are then explored. In particular, after deriving a standard logarithmic Sobolev inequality, we present (see (26)) a sharp pointwise estimate on the logarithmic derivative of the heat kernel in terms of known estimates on the heat kernel itself.

Classification AMS : 35 K 05, 47 D 07, 58 G 11, 58 G 32.

J.-P. THOUVENOT : Utilisation des processus gaussiens en théorie ergodique. 303

Les processus gaussiens peuvent constituer, en théorie ergodique, une source intéressante d'exemples et permettre de répondre très efficacement (grâce à des outils spécifiques) à des questions variées.

Nous montrons ainsi que, dans un K-système, une algèbre parfaite n'est pas nécessairement parfaite dans tous les facteurs.

Nous construisons ensuite un exemple de discontinuité de l'entropie directionnelle.

Nous donnons enfin un exemple de processus gaussien où tous les facteurs sont "à une extension par un groupe compact près" encore gaussiens.

Classification AMS : 28 D 05, 60 G 15.

# *Astérisque*

S. ATTAL

M. ÉMERY

**Martingales d'Azéma bidimensionnelles**

*Astérisque*, tome 236 (1996), p. 9-21

[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1996\\_\\_236\\_\\_9\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1996__236__9_0)

© Société mathématique de France, 1996, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>