

**Paul Biran
Octav Cornea
Egor Shelukhin**

**LAGRANGIAN SHADOWS AND
TRIANGULATED CATEGORIES**

ASTÉRISQUE 426

Société Mathématique de France 2021

Astérisque est un périodique de la Société mathématique de France
Numéro 426, 2021

Comité de rédaction

Marie-Claude ARNAUD
Christophe BREUIL
Damien CALAQUE
Philippe EYSSIDIEUX
Christophe GARBAN
Colin GUILLARMOU

Fanny KASSEL
Éric MOULINES
Alexandru OANCEA
Nicolas RESSAYRE
Sylvia SERFATY

Nicolas BURQ (dir.)

Diffusion

Maison de la SMF
B.P. 67
13274 Marseille Cedex 9
France
christian.smf@cirm-math.fr

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

Tarifs 2021

Vente au numéro : 35 € (\$ 52)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat

Astérisque
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
asterisque@smf.emath.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2021

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN 0303-1179 (print) 2492-5926 (electronic)

ISBN 978-2-85629-940-1

DOI 10.24033/ast.1148

Directeur de la publication : Fabien DURAND

ASTÉRIQUE 426

**LAGRANGIAN SHADOWS AND
TRIANGULATED CATEGORIES**

**Paul Biran
Octav Cornea
Egor Shelukhin**

Société Mathématique de France 2021

Paul Biran

Department of Mathematics, ETH-Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich,
Switzerland.

E-mail : biran@math.ethz.ch

Octav Cornea

Department of Mathematics and Statistics, University of Montreal, C.P. 6128 Succ.
Centre-Ville Montreal, QC H3C 3J7, Canada.

E-mail : cornea@dms.umontreal.ca

Egor Shelukhin

Department of Mathematics and Statistics, University of Montreal, C.P. 6128 Succ.
Centre-Ville Montreal, QC H3C 3J7, Canada.

E-mail : shelukhin@dms.umontreal.ca

2010 Mathematics Subject Classification. — 53D40 (Primary) 53D37, 18E30 (Secondary).

Key words and phrases. — Lagrangian submanifold, Lagrangian cobordism, derived category, weakly filtered category, Fukaya category.

Mots clefs. — Sous-variété lagrangienne, cobordisme lagrangien, catégorie dérivée, catégorie faiblement filtrée, catégorie de Fukaya.

The second author was supported by an individual NSERC Discovery grant.
The third author was supported by an individual NSERC Discovery grant, and by the FRQNT start up grant.

Received 07/01/2019, revised 29/04/2020, accepted 31/08/2020.

LAGRANGIAN SHADOWS AND TRIANGULATED CATEGORIES

Paul Biran, Octav Cornea, Egor Shelukhin

Abstract. — We introduce new metrics on spaces of Lagrangian submanifolds, not necessarily in a fixed Hamiltonian isotopy class. Our metrics arise from measurements involving Lagrangian cobordisms. We also show that splitting Lagrangians through cobordism has an energy cost and, from this cost being smaller than certain explicit bounds, we deduce some forms of rigidity of Lagrangian intersections. We also fit these constructions in the more general algebraic setting of triangulated categories, independent of Lagrangian cobordism. As a main technical tool, we develop aspects of the theory of (weakly) filtered A_∞ -categories.

Résumé (Ombres des sous-variétés Lagrangiennes et catégories triangulées)

Nous introduisons de nouvelles métriques sur des espaces des sous-variétés Lagrangiennes dont la classe d'isotopie Hamiltonienne n'est pas nécessairement fixée. Ces métriques proviennent de certaines quantités associées aux cobordismes Lagrangiens. Nous montrons également que la décomposition d'un Lagrangien à travers un cobordisme a un coût énergétique non-nul et, à partir d'une borne explicite de ce coût, nous déduisons des formes de rigidité des intersections Lagrangiennes. Nous donnons un sens à certaines de ces constructions dans le cadre algébrique plus général des catégories triangulées, indépendamment du cobordisme Lagrangien. Comme outil technique central, nous développons certains aspects de la théorie des catégories A_∞ (faiblement) filtrées.