ASTÉRISQUE 290

SÉMINAIRE BOURBAKI
VOLUME 2001/2002
EXPOSÉS 894-908

Société Mathématique de France 2003
Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki, École normale supérieure, 45, rue d'Ulm, F-75230 Paris Cedex 05.
Url : `http://www.bourbaki.ens.fr/`

***Mots clefs et classification mathématique par sujets* (2000)**

Exposé n$^\text{o}$ 894. — Finite groups, fixed points. — 20E32, 55M35.
Exposé n$^\text{o}$ 895. — Complexity theory, approximation algorithms, proof verification. — 68W25.
Exposé n$^\text{o}$ 896. — Iwasawa algebra, p-adic Lie groups. — 11-xx, 16-xx, 22-xx.
Exposé n$^\text{o}$ 897. — Représentations p-adiques, équations différentielles p-adiques. — 11Sxx, 14Fxx.
Exposé n$^\text{o}$ 898. — Macdonald polynomials, Hilbert schemes, Cohen-Macaulay, Gorenstein, sheaf cohomology. — 14C05, 05E05, 20C30, 33D45.
Exposé n$^\text{o}$ 899. — Théorie des champs, théorie quantique des champs, cordes, supercordes, dualité, super-variété, supersymétrie, renormalisation, théorie de jauge, monopôle, équation de Seiberg-Witten, membrane, M-théorie. — 53Cxx, 53Zxx, 57M50, 57R56, 57R57, 58Z05, 81Txx.
Exposé n$^\text{o}$ 900. — Renormalisation, théories quantiques, problème de Riemann-Hilbert. — 81-xx, 81S40, 58D30.
Exposé n$^\text{o}$ 901. — Variétés algébriques, cobordisme, anneaux de Chow, formule du degré, anneau de Lazard. — 14A10, 14F35, 14F42, 55N20, 55N22.
Exposé n$^\text{o}$ 902. — Opérateurs accrétifs, racine carrée accrétive, conjecture de Kato. — 35J30, 35J45, 47F05, 47B44.
Exposé n$^\text{o}$ 903. — F-isocrystal, Newton stratification, Siegel moduli space, p-divisible group. — 14L05, 14F30.
Exposé n$^\text{o}$ 904. — Dynamiques génériques, hyperbolicité, transitivité. — 37C20, 37D30, 37C29.
Exposé n$^\text{o}$ 905. — Rationnellement connexe, variété de Fano, corps C_1, point rationnel, quotient rationnel, variété uniréglée, groupe fondamental, espace de morphismes, application stable, courbe rationnelle libre, monodromie, schéma de Hilbert. — 14J99, 14J45, 14J40, 14J30, 14J26, 14J28, 14G05, 14G15, 14M20.
Exposé n$^\text{o}$ 906. — Correspondance de Langlands, corps de classes géométrique, faisceaux pervers, fibrés vectoriels. — 11R39, 14F05, 14F20.
Exposé n$^\text{o}$ 907. — Dessins d'enfants, revêtement. — 14H30, 57M12.
Exposé n$^\text{o}$ 908. — Invariant tori, Kolmogorov–Arnold–Moser, Hamiltonian systems. — 37K55.

SÉMINAIRE BOURBAKI
VOLUME 2001/2002
EXPOSÉS 894-908

***Résumé.* —** Comme les précédents volumes de ce séminaire, celui-ci contient quinze exposés de synthèse sur des sujets d'actualité : trois exposés de géométrie algébrique, deux sur les systèmes dynamiques, un sur les actions de groupes finis, un de combinatoire et de géométrie algébrique, un d'informatique théorique, un sur la monodromie p-adique, un sur les algèbres d'Iwasawa, un sur la conjecture de Kato, un sur la renormalisation et les diagrammes de Feynman, un sur les dualités en théorie des cordes, un sur la correspondance de Langlands géométrique et un sur les dessins d'enfants.

***Abstract* (Séminaire Bourbaki, volume 2001/2002, exposés 894-908)**

As in the preceding volumes of this seminar, one finds here fifteen survey lectures on topics of current interest: three lectures on algebraic geometry, two on dynamical systems, one on actions of finite groups, one on combinatorics and algebraic geometry, one on theoretical computer sciences, one on p-adic monodromy, one on Iwasawa algebras, one on the Kato conjecture, one on renormalization and Feynman diagrams, one on dualities in string theory, one on the geometric Langlands correspondence and one on "dessins d'enfants".

Alejandro ADEM – *Finite group actions on acyclic 2-complexes*

We discuss the recent work of Oliver and Segev, which provides a complete description of the finite groups which can act on a 2–dimensional acyclic complex without fixed points. More precisely they show that there is an essential fixed point free 2–dimensional acyclic G–complex if and only if G is isomorphic to one of the simple groups $\mathrm{PSL}_2(2^k)$ for $k \geqslant 2$, $\mathrm{PSL}_2(q)$ for $q \equiv \pm 3\ (mod\ 8)$ and $q \geqslant 5$, or $\mathrm{Sz}(2^k)$ for odd $k \geqslant 3$. Furthermore the isotropy subgroups of any such G–complex are all solvable.

Bernard CHAZELLE – *The PCP Theorem* [*after Arora, Lund, Motwani, Safra, Sudan, Szegedy*]

A new characterization of the complexity class NP in terms of probabilistically checkable proofs has had unexpected consequences in combinatorial optimization. The PCP theorem formalizes the idea that statements with short proofs can be checked with a constant number of random probes. This implies that many NP complete problems (such as coloring a graph) cannot be solved approximately with any reasonable level of accuracy.

John COATES – *Iwasawa algebras and arithmetic*

Let p be a prime number, G a compact p-adic Lie group, and $\Lambda(G)$ its Iwsawa algebra. When $G = \mathbb{Z}_p^d$, $d \geqslant 1$, classical commutative algebra gives a beautiful structure theorem for finitely generated $\Lambda(G)$-modules. The aim of the exposé is to generalize this structure theorem to the non-commutative case when G is a compact p-valued p-adic Lie group in the sense of M. Lazard, following recent joint work of the author, P. Schneider, and R. Sujatha; this work is partly based on earlier work of M. Chamarie. We will illustrate the abstract theory with down to earth, but mysterious, examples arising in the arithmetic of elliptic curves without complex multiplication.

Pierre COLMEZ – *Les conjectures de monodromie p-adiques*

Le théorème local de monodromie ℓ-adique de Grothendieck admet, en p-adique, deux généralisations. L'une, conjecturée par Crew, concerne les équations différentielles p-adiques et l'autre, conjecturée par Fontaine, les représentations galoisiennes. L'exposé tente de donner un aperçu des travaux menant aux démonstrations de ces conjectures.

Claudio PROCESI – *On the n!-conjecture*

We discuss the proof given by M. Haiman of the Macdonald positivity conjecture obtained via the solution to the $n!-$conjecture of Garsia and Haiman. This is obtained from the following remarkable theorem: the Hilbert scheme of $n-$tuples of points in the plane is equal to the $G-$Hilbert scheme of Ito and Nakamura for the action of the symmetric group on the space of such $n-$tuples.

Daniel BENNEQUIN – *Dualités de champs et de cordes* [*d'après 't Hooft, Polyakov, Witten et al.*]

L'étude non perturbative des théories quantiques de champs et de super-cordes a révélé l'existence de *dualités* surprenantes, échangeant électricité et magnétisme, comportements à courte et longue distance, constantes d'interaction faibles et fortes, et provoquant des objets mystérieux (M-théorie). Les implications en mathématiques sont variées : symétries miroirs, formes automorphes, invariants de Seiberg-Witten,... L'exposé veut seulement faire une introduction, pour mathématiciens.

Louis BOUTET de MONVEL – *Algèbre de Hopf des diagrammes de Feynman, renormalisation et factorisation de Wiener-Hopf* [*d'après A. Connes et D. Kreimer*]

La théorie quantique des champs perturbative fournit des séries asymptotiques d'intégrales divergentes. La renormalisation a pour objet d'attribuer à ces intégrales, de façon cohérente, des valeurs numériques précises (parties finies). A. Connes et D. Kreimer ont proposé une méthode mathématiquement limpide et universelle pour accomplir ce programme : les diagrammes de Feynman qui repèrent les termes de la série sont organisés en algèbre de Hopf graduée, et la série renormalisée se déduit d' une factorisation de Wiener-Hopf de la série perturbative, réinterprétée comme fonction (lacet) $\gamma(\mu,\varepsilon)$ à valeur dans le groupe formel associé (dépendant d'une unité de masse μ liée à la graduation, et d'un paramètre ε (dimension) servant au prolongement analytique).

François LOESER – *Cobordisme des variétés algébriques* [*d'après M. Levine et F. Morel*]

M. Levine et F. Morel ont récemment construit un analogue en géométrie algébrique du cobordisme complexe, le cobordisme algébrique. On présentera la construction de cette théorie, ainsi que ses principales propriétés, établies par M. Levine et F. Morel. En particulier, on expliquera comment elle permet d'obtenir une formule du degré très générale qui englobe des résultats antérieurs de Rost et de Voevodsky.

Yves MEYER – *La conjecture de Kato* [*d'après Pascal Auscher, Steve Hofmann, Michael Lacey, John Lewis, Alan McIntosh et Philippe Tchamitchian*]

La conjecture de Kato concerne le domaine de la racine carrée d'opérateurs différentiels accrétifs. Elle vient d'être résolue par P. Auscher et ses collaborateurs. Nous rattacherons cette conjecture aux travaux antérieurs d'A. Calderón, J. Moser et E. de Giorgi. Nous donnerons ensuite un aperçu de la preuve.

Michael RAPOPORT – *On the Newton stratification*

This will be a report on algebraic geometry in characteristic p. Let A/S be a family of abelian varieties over a base scheme S of characteristic p. By associating to each geometric point $\overline{s}$ of S the isogeny class of the p-divisible group of $A_{\overline{s}}$ we obtain a finite disjoint decomposition of S into locally closed subsets, the *Newton stratification of* S associated to A. We will discuss the recent results of de Jong, Oort and others on this stratification in general and in the particular case when S is the solution of a classical moduli problem of abelian varieties.

Christian BONATTI – *Dynamiques génériques : hyperbolicité et transitivité*

Quand les orbites d'un système dynamique passent indéfiniment près de tout point d'un compact K, on dit que K est transitif. *Quels sont les transitifs maximaux d'un système ?* L'exemple des dynamiques hyperboliques de la théorie de Smale montre que la réponse à cette question est l'une des clefs de la description globale de la dynamique. Des idées de R. Mañé ainsi que des théorèmes perturbatifs (lemme de connexion d'Hayashi et ses variantes) ont permis récemment d'identifier, quand ils sont en nombre fini, les maximaux transitifs des systèmes génériques, et de montrer qu'ils sont projectivement hyperboliques. En contraposée, l'absence d'hyperbolicité projective assure l'existence générique d'une infinité de maximaux transitifs.

Olivier DEBARRE – *Variétés rationnellement connexes* [*d'après T. Graber, J. Harris, J. Starr et A.J. de Jong*]

On s'intéresse depuis longtemps aux variétés algébriques *rationnelles* (dont le corps des fonctions rationnelles est une extension transcendante pure du corps de base). En dimension au moins trois, la rationalité n'a pas un bon comportement géométrique, au contraire des variétés *rationnellement connexes*, qui sont telles que par deux points généraux passe une courbe rationnelle. Nous donnerons la démonstration d'un résultat dû à Graber, Harris et Starr en caractéristique nulle et à de Jong et Starr en général, selon lequel toute famille de variétés rationnellement connexes propres paramétrée par une courbe a une section.

Gérard LAUMON – *Travaux de Frenkel, Gaitsgory et Vilonen sur la correspondance de Drinfeld–Langlands*

Langlands a conjecturé l'existence d'une correspondance entre représentations automorphes et représentations de Galois, aussi bien sur les corps de nombres que sur les corps de fonctions. À la suite des travaux de Lang et Rosenlicht sur le corps de classes géométrique, Drinfeld a inventé un analogue géométrique de cette correspondance de Langlands dans le cas des corps de fonctions. La correspondance de Drinfeld-Langlands, appelée aussi correspondance de Langlands géométrique, est une dualité conjecturale entre deux espaces de modules naturellement associés à une courbe algébrique X et à un groupe réductif G. Dans le cas où X est projective et $G = \mathrm{GL}(n)$, une partie essentielle de cette correspondance vient d'être établie par E. Frenkel, D. Gaitsgory et K. Vilonen.

Joseph OESTERLÉ – *Dessins d'enfants*

Les dessins d'enfants, introduits par A. Grothendieck dans *Esquisse d'un programme*, permettent de visualiser les revêtements finis (topologiques, analytiques ou algébriques, cela revient au même) de la droite projective complexe, privée des points 0, 1 et ∞. Un tel revêtement possède un unique modèle sur $\overline{\mathbf{Q}}$ et est déterminé par la donnée d'un ensemble fini muni de deux permutations. Étudier l'action de $\mathrm{Gal}(\overline{\mathbf{Q}}/\mathbf{Q})$ sur ces objets, et en décrire combinatoirement les modèles entiers sont deux questions centrales du sujet.

Ricardo PÉREZ-MARCO – *KAM techniques in PDE*

Kolmogorov-Arnold-Moser theory of invariant tori in Hamiltonian systems is one of the main achievements of Dynamical Systems. KAM provides the existence of abundant quasi-periodic solutions in non-linear Hamiltonian systems close to integrable ones. More recently, starting with the persistence theory of lower dimensional tori (Melnikov, Eliasson, Kuksin, Pöschel) and the techniques associated to Lyapunov periodic solutions (Craig, Wayne, Bourgain) KAM theory has been extended to the infinite dimensional setting of non-linear PDE. We plan to give an introduction to this new vast field, the most recent progress, and the main unsolved problems.