

428

ASTÉRISQUE

2021

AUTOMORPHIC COHOMOLOGY, MOTIVIC COHOMOLOGY,  
AND THE ADJOINT  $L$ -FUNCTION

Kartik PRASANNA & Akshay VENKATESH

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

---

Astérisque est un périodique de la Société Mathématique de France.

Numéro 428, 2021

---

*Comité de rédaction*

Marie-Claude ARNAUD	Fanny KASSEL
Christophe BREUIL	Eric MOULINES
Damien CALAQUE	Alexandru OANCEA
Philippe EYSSIDIEUX	Nicolas RESSAYRE
Christophe GARBAN	Sylvia SERFATY
Colin GUILLARMOU	
	Nicolas BURQ (dir.)

*Diffusion*

Maison de la SMF	AMS
Case 916 - Luminy	P.O. Box 6248
13288 Marseille Cedex 9	Providence RI 02940
France	USA
commandes@smf.emath.fr	<a href="http://www.ams.org">http://www.ams.org</a>

*Tarifs*

*Vente au numéro : 35 € (\$53)*  
*Abonnement Europe : 665 €, hors Europe : 718 € (\$1 077)*  
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

*Secrétariat*

Astérisque  
Société Mathématique de France  
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris Cedex 05, France  
Fax: (33) 01 40 46 90 96  
[asterisque@smf.emath.fr](mailto:asterisque@smf.emath.fr) • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2021

*Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.*

ISSN: 0303-1179 (print) 2492-5926 (electronic)  
ISBN 978-2-85629-943-2  
doi: 10.24033/ast.1150

Directeur de la publication : Fabien Durand

---

**428**

**ASTÉRISQUE**

**2021**

AUTOMORPHIC COHOMOLOGY, MOTIVIC COHOMOLOGY,  
AND THE ADJOINT  $L$ -FUNCTION

Kartik PRASANNA & Akshay VENKATESH

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

*Kartik Prasanna*

Department of Mathematics, University of Michigan,  
2074 East Hall, 530 Church Street, Ann Arbor MI 48109-1043, USA  
[kartikp@umich.edu](mailto:kartikp@umich.edu)

*Akshay Venkatesh*

Institute of Advanced Study, Princeton, NJ 08540, USA  
[akshay@math.ias.edu](mailto:akshay@math.ias.edu)

Texte reçu le 8 février 2018 ; accepté le 24 février 2020.

---

**Acknowledgments.** — We would like to thank M. Lipnowski for interesting discussions, A. Raghuram for his helpful suggestions about “Hodge-linear algebra,” and M. Harris for interesting discussions and encouragement.

The paper benefitted greatly from many useful suggestions by the referees. We are very grateful for their time and effort.

The first-named author (K.P.) was supported by NSF grants DMS 1160720, DMS 1600494 and a fellowship from the Simons Foundation (#305784). The second-named author (A.V.) was supported by NSF grants DMS-1401622 and DMS-1931087, as well as a Packard Foundation Fellowship and a Simons Investigator award.

**Mathematical Subject Classification (2010).** — 11F75, 11F67 19E15.

**Keywords.** — Cohomology of arithmetic groups, periods of automorphic forms, motivic cohomology, special values of L-functions.

**Mots-clés.** — Cohomologie des groupes arithmétiques, périodes de formes automorphes, cohomologie motivique, valeurs spéciales des L-fonctions.

# AUTOMORPHIC COHOMOLOGY, MOTIVIC COHOMOLOGY, AND THE ADJOINT $L$ -FUNCTION

by Kartik PRASANNA & Akshay VENKATESH

**Abstract.** — We propose a relationship between the cohomology of arithmetic groups, and the motivic cohomology of certain (Langlands-)attached motives. The motivic cohomology group in question is that related, by Beilinson’s conjecture, to the adjoint  $L$ -function at  $s = 1$ . We present evidence for the conjecture using the theory of periods of automorphic forms, and using analytic torsion.

**Résumé. (Cohomologie automorphe, cohomologie motivique et fonction  $L$ -adjointe)** — Nous proposons une relation entre la cohomologie des groupes arithmétiques et la cohomologie motivique de certains motifs attachés. La cohomologie motivique en question est liée à la fonction  $L$  adjointe en  $s = 1$  par la conjecture de Beilinson. Nous présentons des éléments de confirmation pour la conjecture en utilisant la théorie des périodes des formes automorphes et la torsion analytique.