AST

Séminaire sur les pinceaux de courbes elliptiques (à la recherche de «Mordell effectif») - Pages préliminaires

Astérisque, tome 183 (1990), p. 1-6

<http://www.numdam.org/item?id=AST_1990__183__1_0>

183 ASTÉRISQUE

1990

SÉMINAIRE SUR LES PINCEAUX DE COURBES ELLIPTIQUES

(à la recherche de «Mordell effectif»)

Lucien SZPIRO

Avec la participation de :
Daniel BERTRAND, Jean-Benoît BOST, Renée ELKIK
Marguerite FLEXOR, David W. MASSER, Jean-François MESTRE
Laurent MORET-BAILLY, Joseph OESTERLÉ, Christophe SOULÉ
Lucien SZPIRO

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

A.M.S. subjects Classification : 11, 14

INTRODUCTION

Ce séminaire s'est tenu en 1988 à l'Institut Henri Poincaré à Paris. Il est centré sur la "conjecture du discriminant" énoncée dans l'exposé 1 : Sur un corps de nombres donné le "discriminant minimal d'une courbe elliptique doit avoir une borne supérieure polynomiale en le "conducteur" de cette courbe.

Les raisons géométriques et la difficulté arithmétique de cette conjecture sont montrées dans l'exposé 1. On y note aussi que le "grand théorème" de Fermat s'en déduit. L'exposé 2 de D.W. Masser (qui a été donné oralement par M. Hindry) montre qu'on ne peut guère avoir mieux qu'un polynôme de degré "$6+\varepsilon$" dans la "conjecture du discriminant". L'exposé 3 de M. Flexor et J. Oesterlé indique une conséquence, due essentiellement à G. Frey sur les points de torsion des courbes elliptiques. Notons qu'une autre conséquence, sur les points d'ordre infini des courbes elliptiques : la conjecture de S. Lang, est montrée dans un article récent de Hindry et Silverman.

Les exposés 4, 5, 6 s'occupent de l'amont de la conjecture : quelles autres conjectures l'impliqueraient ? On pourrait craindre que cet exercice (conjecture implique conjecture) est aurorétique. Nous espérons qu'il n'en est rien. L'exposé 4 de L. Moret-Bailly explique une idée fameuse de Parshin : Une inégalité analogue au théorème de Bogomolov-Miyaoka "$C_1^2 \leq 3\ C_2$" implique un "Mordell effectif" très fort. On montre ensuite qu'un tel "Mordell effectif" très fort pour <u>une</u> courbe modulaire implique la conjecture du discriminant. Notons que récemment L.Moret-Bailly et moi-même avons réussi à montrer qu'un"Mordell effectif" très fort pour <u>une</u> courbe (i.e. non forcément modulaire) implique le même résultat (à paraître).

INTRODUCTION

L'exposé 5, de R. Elkik, démontre le théorème de Manin-Drinfeld par la méthode inédite de P. Deligue. Ce théorème est utilisé dans l'exposé 4. Il s'énonce : la différence entre deux pointes d'une courbe modulaire, est de torsion. L'exposé 6 de J.B. Bost, J.F. Mestre, L. Moret-Bailly explicite les "classes de Chern" de certaines surfaces arithmétiques de genre 2. Une des conséquences des résultats exposé est la prudence requise dans la conjecture analogue à $C_1^2 \leq 3\ C_2$ en arithmétique !

Les exposés 7 et 8 ne sont ni en amont, ni en aval mais rive gauche et rive droite du courant. L'exposé 7 de D. Bertand établit une constante bornant le degré d'isogénies entre courbes elliptiques sur un corps donné (comparer à l'exposé 3). Ce thème a été traité précédemment (et ailleurs) par Faltings, Masser, Wüstholz. L'exposé 8 de C. Soulé compare les théories de Nevanlinna et Arakelov sur l'espace projectif.

L. SZPIRO.