

# *Astérisque*

MICHAEL R. HERMAN

**Sur les courbes invariantes par les difféomorphismes  
de l'anneau**

*Astérisque*, tome 144 (1986)

<[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1986\\_\\_144\\_\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1986__144__1_0)>

© Société mathématique de France, 1986, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## PLAN

RÉSUMÉ .....	3
INTRODUCTION AUX CHAPITRES V et VI .....	5
CHAPITRE V .....	7
Théorème des courbes invariantes en classe $C^3$ .	
CHAPITRE VI .....	91
Théorème de la courbe translatée en classe Besov.	
CHAPITRE VII .....	129
Calcul des constantes intervenant dans le théorème de la courbe translatée pour un nombre de rotation de type constant.	
CHAPITRE VIII .....	213
Courbes invariantes pour une classe d'homéomorphismes du plan préservant les aires.	
CORRECTIONS DU VOLUME I .....	245
ENGLISH SUMMARY .....	247



## RÉSUMÉ

Ce volume 2 est consacré à des théorèmes d'existence de courbes invariantes par les difféomorphismes de l'anneau qui sont des perturbations de difféomorphismes complètement intégrables déviant la verticale. Les nombres de rotations de ces courbes seront toujours de type constant. Classiquement depuis J. Moser, on considère (voir chapitre IV) des perturbations en topologie  $C^{3+\beta}$ ,  $\beta > 0$ . Ce volume cherche à cerner l'étude en topologie  $C^3$  ou dans des espaces de Besov. Ceci nécessite l'introduction systématique des espaces Sobolev associés aux espaces  $L^p$ ,  $p \geq 1$ , et pour le chapitre V on aura malheureusement besoin de  $p < 2$ .

Nous montrons au chapitre V la persistance des courbes invariantes par les difféomorphismes de classe  $C^3$  préservant les aires, globalement canoniques, proches en topologie  $C^3$  d'un difféomorphisme complètement intégrable et au chapitre VI le théorème de la courbe translatée est généralisé aux perturbations dans des espaces de Besov. Le chapitre VII contient une démonstration élémentaire du théorème de la courbe translatée pour les perturbations en topologie  $C^4$ . Elle n'utilise que les espaces de Sobolev associés à l'espace  $L^2$  et toutes les constantes sont calculées explicitement. En utilisant les espaces de Besov du chapitre VI, au chapitre VIII nous montrons un théorème de conjugaison différentiable à des rotations des difféomorphismes du cercle dont la dérivée seconde est à variation bornée et dont le nombre de rotation est de type constant. Ceci permet d'expliquer mathématiquement l'existence de courbes invariantes pour certains homéomorphismes linéaires par morceaux du plan, préservant les aires, ce qui avait été constaté numériquement par l'astronome C. Froeschlé en 1968.

