

429

ASTÉRISQUE

2021

PERCOLATION ON UNIFORM  
QUADRANGULATIONS AND  $SLE_6$   
ON  $\sqrt{8/3}$ -LIOUVILLE QUANTUM GRAVITY

Ewain GWYNNE & Jason MILLER

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

---

Astérisque est un périodique de la Société Mathématique de France.

Numéro 429, 2021

---

*Comité de rédaction*

Marie-Claude ARNAUD	Alexandru OANCEA
Christophe BREUIL	Nicolas RESSAYRE
Philippe EYSSIDIEUX	Rémi RHODES
Colin GUILLARMOU	Sylvia SERFATY
Fanny KASSEL	Sug Woo SHIN
Eric MOULINES	

Nicolas BURQ (dir.)

*Diffusion*

Maison de la SMF	AMS
Case 916 - Luminy	P.O. Box 6248
13288 Marseille Cedex 9	Providence RI 02940
France	USA

commandes@smf.emath.fr    <http://www.ams.org>

*Tarifs*

*Vente au numéro* : 50 € (\$ 75)

*Abonnement* Europe : 665 €, hors Europe : 718 € (\$ 1077)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

*Secrétariat*

Astérisque  
Société Mathématique de France  
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris Cedex 05, France  
Fax: (33) 01 40 46 90 96  
asterisque@smf.emath.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2021

*Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.*

ISSN: 0303-1179 (print) 2492-5926 (electronic)

ISBN 928-2-85629-947-0

doi: 10.24033/ast.1151

Directeur de la publication : Fabien Durand

---

429

ASTÉRISQUE

2021

PERCOLATION ON UNIFORM  
QUADRANGULATIONS AND  $SLE_6$   
ON  $\sqrt{8/3}$ -LIOUVILLE QUANTUM GRAVITY

Ewain GWYNNE & Jason MILLER

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

*Ewain Gwynne*  
University of Chicago  
ewain@uchicago.edu

*Jason Miller*  
University of Cambridge  
jpmiller@statslab.cam.ac.uk

Texte reçu le 3 juillet 2018 ; accepté le 4 mars 2021.

---

*Classification mathématique par sujet (2010).* — 60K35, 60F17, 60J67, 60G57.

*Mots-clefs.* — cartes planaires aléatoires, champ libre Gaussien, caractérisation markovienne, demi-plan Brownien, disque brownien, disque brownien, gravité quantique de Liouville, limite d'échelle, percolation, processus d'épluchage, processus SLE, propriété de Markov, quadrangulations aléatoires uniformes.

*Keywords.* — Brownian disk, Brownian half-plane, Gaussian free field, Liouville quantum gravity, Markov property, Markovian characterization, peeling, percolation, random planar maps, random quadrangulation, scaling limit, Schramm-Loewner evolution.

# PERCOLATION ON UNIFORM QUADRANGULATIONS AND $SLE_6$ ON $\sqrt{8/3}$ -LIOUVILLE QUANTUM GRAVITY

Ewain Gwynne, Jason Miller

*Abstract.* — We show that the percolation exploration path for critical ( $p = 3/4$ ) face percolation on a uniform random quadrangulation with simple boundary converges in the scaling limit to a certain curve-decorated metric measure space. Explicitly, the limiting object is  $SLE_6$  on a  $\sqrt{8/3}$ -Liouville quantum gravity (LQG) disk, or equivalently  $SLE_6$  on the Brownian disk. The topology of convergence is the natural analog of the Gromov-Hausdorff topology for curve-decorated metric measure spaces. We also obtain analogous results for site percolation on a uniform triangulation with simple boundary. We expect that our techniques can be generalized to other variants of percolation on uniform random planar maps.

Our proof proceeds by showing tightness of our percolation-decorated random quadrangulation, then showing that every possible subsequential limit must be  $SLE_6$  on  $\sqrt{8/3}$ -LQG. To carry out this second step, we prove that  $SLE_6$  on a  $\sqrt{8/3}$ -LQG surface is uniquely characterized by a list of simple properties, then check that the subsequential limit must satisfy these properties. The discrete part of the argument (involving random planar maps) is carried out in the first article of this volume, in which we show tightness and check the hypotheses of the characterization theorem. The continuum part of the argument (involving SLE and LQG) is carried out in the second article, in which we prove the characterization theorem for  $SLE_6$  on  $\sqrt{8/3}$ -LQG. We also establish analogous characterization theorems for  $SLE_\kappa$  on  $\gamma$ -LQG surfaces for any  $\kappa \in (4, 8)$  and  $\gamma = 4/\sqrt{\kappa} \in (\sqrt{2}, 2)$ , which we expect may be useful for proving scaling limit results for other statistical mechanics models on random planar maps.

**Résumé (Percolation sur des quadrangulations uniformes et  $SLE_6$  sur la gravité quantique de Liouville de paramètre  $\sqrt{8/3}$ ).** — Nous montrons que la courbe d'exploration de la percolation critique ( $p = 3/4$ ) sur les faces d'une quadrangulation aléatoire uniforme avec bord simple converge dans la limite d'échelle vers une certaine courbe sur un certain espace métrique, à savoir un  $SLE_6$  tracé sur une surface quantique au sens de la gravité quantique de Liouville de paramètre  $\sqrt{8/3}$ , qui est aussi appelée un