Revue d'Histoire des Mathématiques

La réception par quelques mathématiciens européens du XVI^e siècle des travaux des algébristes italiens sur les équations du troisième degré : réticence de la plupart et avancées significatives de Stevin

Sabine Rommevaux-Tani

Tome 22 Fascicule 1

2016

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Secrétariat :
Nathalie Christiaën
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96
Mél : `rhmsmf@ihp.fr` / URL : `http//smf.emath.fr/`

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs : Prix public Europe : 89 €; prix public hors Europe : 97 €;
prix au numéro : 43 €.
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9
Hindustan Book Agency, O-131, The Shopping Mall, Arjun Marg, DLF Phase 1, Gurgaon 122002, Haryana, Inde

Maquette couverture : Armelle Stosskopf

Revue d'histoire des mathématiques
22 (2016), p. 1–52

LA RÉCEPTION PAR QUELQUES MATHÉMATICIENS EUROPÉENS DU XVI^{e} SIÈCLE DES TRAVAUX DES ALGÉBRISTES ITALIENS SUR LES ÉQUATIONS DU TROISIÈME DEGRÉ : RÉTICENCE DE LA PLUPART ET AVANCÉES SIGNIFICATIVES DE STEVIN

Sabine Rommevaux-Tani

Résumé. — Les méthodes de résolution des équations du troisième degré et du quatrième degré par les algébristes italiens du xvi^{e} siècle sont saluées par les historiens des mathématiques comme un apport majeur à la théorie des équations. Nous montrerons quels types de critiques ont suscités les travaux de Tartaglia et Cardano sur les équations du troisième degré auprès de leurs contemporains. Et nous verrons que Simon Stevin propose dans l'*Arithmetique* (1585) un exposé des algorithmes de résolution de ces équations qui, sur plusieurs aspects, présente des avancées significatives par rapport au traitement qu'en fait Cardano dans l'*Ars magna* (1545). En particulier, un des mérites de Stevin est de proposer des règles unifiées pour les équations sans terme du premier degré et pour les équations complètes. Stevin fait aussi un pas décisif vers une meilleure compréhension des méthodes de résolution en expliquant les origines des différents algorithmes.

INTRODUCTION

Dans les histoires générales des mathématiques, le chapitre consacré à la Renaissance fait la part belle aux travaux des algébristes italiens, notamment Nicollò Tartaglia, Gerolamo Cardano, Ludovico Ferrari et Rafael

Texte reçu le 22 avril 2015, révisé et accepté le 13 mars 2016.

S. Rommevaux-Tani

Mots clefs : Cardano, Tartaglia, Bombelli, Peletier, Borrel, Gosselin, Nuñez, Stevin, algèbre, équations, xvi^{e} siècle.

Bombelli, célébrés pour leurs méthodes générales de résolution des équations du troisième et du quatrième degré. Si l'importance des mathématiciens italiens pour le développement de l'algèbre ne fait aucun doute, il peut être intéressant de se demander comment leurs contemporains ont reçu leurs travaux sur la résolution des équations[1]. Cette question m'a été suggérée par une remarque critique de Christoph Clavius à leur encontre. Ce dernier, mathématicien d'origine allemande, professeur de mathématiques renommé au collège jésuite de Rome, publie en 1608 une *Algebra*, en latin, à visée largement pédagogique. Pour son algèbre, Clavius a deux sources principales : l'*Arithmetica integra* de Michael Stifel, qui paraît à Nuremberg en 1544, soit avant la publication des formules dites de Cardano pour la résolution des équations du troisième degré, et le *Libro de algebra en arithmetica y geometria* de Pedro Nuñez, publié à Anvers en 1567. Bien qu'enseignant en Italie, Clavius s'appuie donc sur l'ouvrage d'un mathématicien allemand, rédigé en latin, et sur celui d'un mathématicien portugais, rédigé en espagnol. Clavius évoque les algébristes italiens, mais pour déplorer que les travaux de Cardano et de Tartaglia soient incomplets et que ceux de Bombelli soient incompréhensibles :

> L'art n'a pas encore été inventé par lequel sont extraites avec certitude les racines de cette sorte [Clavius vient d'évoquer les équations du type : $ax^3 = bx+c$ et $ax^3 = bx^2 + c$, a, b et c étant positifs[2]], même si Cardano et Niccolò Tartaglia ont trouvé la valeur d'une racine dans quelques cas particuliers. Quant à Rafael Bombelli, il pense avoir trouvé comment on doit extraire les racines à partir de quelques équations de cette sorte et de quelques autres. [...] les explications de Bombelli sont très obscures [...][3].

Il existe sans doute plusieurs raisons au rejet par Clavius des développements des algébristes italiens sur la résolution des équations du troisième

---

[1] J'ai présenté une première version de cette étude lors du colloque international « Scuole matematiche e identita' nazionale nell'Italia moderna e contemporanea », qui s'est déroulé à Turin en octobre 2013. Je remercie les organisateurs pour m'avoir donné l'opportunité d'y exposer mes réflexions. Je remercie aussi Maryvonne Spiesser et Odile Kouteynikoff pour leurs remarques et suggestions à propos de cette étude.

[2] Pour rendre notre étude plus accessible aux non-spécialistes des mathématiques de la Renaissance, nous utiliserons les notations modernes pour l'écriture des équations dans nos commentaires. Par ailleurs, nous utiliserons le terme d'équation, quand, selon les auteurs, on a les termes « aequatio », « equation » ou « ygualacion ».

[3] [Clavius 1609, 49] : « [...] nondum est inuenta ars, qua huiusmodi radices certò eruantur, quamuis Cardanus, & Nicolaus Tartalea in quibusdam exemplis singularibus inuenerint æstimationem vnius radicis. Raphael autem Bombellus ex quibusdam etiam æquationibus eiusmodi, & aliis nonnullis putat se inuenisse, quo pacto eruendæ sint radices. [...] & rationes Bombelli obscure valde sunt [...]. »

et du quatrième degré[4]. L'une d'elles est peut-être le regard critique que porte l'une de ses sources, Nuñez, sur ces travaux, comme nous allons le voir.

Les étapes de la publication des algorithmes de résolution des équations du troisième degré

Avant de commencer notre étude sur la réception des travaux des algébristes italiens sur les équations du troisième degré et plus, rappelons les étapes essentielles de la découverte et de la publication des algorithmes de résolution. Nous ne revenons pas sur les circonstances, bien connues, de la découverte de ces algorithmes par Scipion dell Ferro, Antonio Maria Fiore et Niccolò Tartaglia. On retrouve ce récit aux folios 41 et 42 du livre II du *General trattato di numeri et misure* de Tartaglia [1556]. Cardano en fait aussi état au chapitre I de l'*Artis magnæ sive de regulis algebraicis liber unus* (que l'on cite le plus souvent sous le titre *Ars magna*), publié quelques années plus tôt [Cardano 1545]. Il y revient aussi au chapitre XI consacré aux équations du type $x^3 + bx = c$ (avec b et c positifs) ; il explique alors que Tartaglia ne lui pas transmis la démonstration de l'algorithme, qu'il lui fut bien difficile de reconstituer[5].

De fait, Tartaglia n'a pas eu l'occasion de développer ses méthodes de résolution. Dans les *Quesiti et inventioni diverse* [1546/1554], ouvrage composite qui traite aussi bien de balistique, de fortification, d'art militaire, de mécanique et finalement d'arithmétique, de géométrie et d'algèbre, les algorithmes de résolution pour les équations du troisième degré, sans terme du deuxième degré, sont dévoilés dans l'entretien que Tartaglia a eu avec Cardano le 25 mars 1539, et dont il fait état au chapitre XXXIV du livre IX [Tartaglia 1554, 120r-121r]. La méthode est révélée sous la forme d'un poème, bien connu : la racine n'est pas explicitée en fonction des coefficients de l'équation, seul le moyen d'y parvenir est présenté. Ainsi,

---

4 Malheureusement la correspondance de Clavius ne nous apprend rien sur ce point. Les algébristes italiens y sont très peu cités et la résolution des équations du troisième degré encore moins. Je signale qu'on peut maintenant trouver cette correspondance, éditée par Ugo Baldini et Pier Daniele Napolitani, sur le site ECHO à l'adresse suivante : `http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/content/mpiwglib/clavius`.

5 « CAPVT XI. *De cubo & rebus æqualibus Numero.* Scipio Ferreus Bononiensis iam annis ab hinc triginta fermè capitulum hoc inuenit, tradidit verò Anthonio Mariæ Florido Veneto, qui cùm in certamen cum Nicolao Tartalea Brixellense aliquando venisset, occasionem dedit, vt Nicolaus inuenerit & ipse, qui cum nobis rogantibus tradidisset, suppressà demonstratione, freti hoc auxilio, demonstrationem quæsiuimus, eamque in modos, quod difficillimum fuit, redactam sic subiiciemus. » [Cardano 1663, vol. 4, 249]