334

ASTÉRISQUE

2010

LA DROITE DE BERKOVICH SUR Z

Jérôme Poineau

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Astérisque est un périodique de la Société mathématique de France.

Numéro 334, 2010

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
smf@smf.univ-mrs.fr

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

Tarifs

Vente au numéro : 70 € ($ 105)
Abonnement Europe : 454 €, hors Europe : 503 € ($ 754)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat : Nathalie Christiaën

Astérisque
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
revues@smf.ens.fr • http://smf.emath.fr/

ISSN 0303-1179

ISBN 978-2-85629-294-5

Directeur de la publication : Aline BONAMI

334

ASTÉRISQUE

2010

LA DROITE DE BERKOVICH SUR **Z**

Jérôme Poineau

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Jérôme Poineau
Institut de recherche mathématique avancée
7, rue René Descartes, 67084 Strasbourg, France
jerome.poineau@math.unistra.fr

***Classification mathématique par sujet* (2000).** — 14G22, 14G25, 30B10, 13E05, 12F12.

Mots-clefs. — Espaces de Berkovich, géométrie analytique globale, séries arithmétiques convergentes, noethérianité, problème inverse de Galois.

LA DROITE DE BERKOVICH SUR Z

Jérôme POINEAU

Résumé. — Ce texte est consacré à l'étude de la droite de Berkovich au-dessus d'un anneau d'entiers de corps de nombres. Cet objet géométrique contient naturellement des copies de la droite analytique complexe (ou de son quotient par la conjugaison), associées aux places infinies, et des droites de Berkovich classiques au-dessus de corps ultramétriques complets, associées au places finies. Nous montrons qu'il jouit de bonnes propriétés, topologiques aussi bien qu'algébriques. Nous exhibons également quelques espaces de Stein naturels contenus dans cette droite.

Nous proposons des applications de cette théorie à l'étude des séries arithmétiques convergentes : prescription de zéros et de pôles, noethérianité d'anneaux globaux et problème inverse de Galois. Des exemples typiques de telles séries sont fournis par les fonctions holomorphes sur le disque unité ouvert complexe dont le développement en 0 est à coefficients entiers.

***Abstract* (The Berkovich Line over Z).** — This text is devoted to the study of the Berkovich line over the ring of integers of a number field. It is a geometric object which naturally contains complex analytic lines (or their quotient by conjugation), associated to the infinite places, and classical Berkovich lines over complete valued fields, associated to the finite places. We prove that it satisfies nice properties, both from the topological and algebraic points of view. We also provide a few examples of Stein spaces that are contained in this line.

We explain how this theory may applied to adress various questions about convergent arithmetic power series: prescribing zeroes and poles, proving that global rings are Noetherian or constructing Galois groups over them. Typical examples of such series are given by holomorphic functions on the complex open unit disc whose Taylor developments in 0 have integer coefficients.

TABLE DES MATIÈRES