Revue d'histoire des mathématiques,
2 (1996), p. 95–117.

LA LOI GALILÉENNE ET LA DYNAMIQUE DE HUYGENS

Christiane VILAIN (*)

RÉSUMÉ. — Nous nous proposons de réenvisager sous un éclairage très particulier la naissance bien connue de la dynamique classique à travers les travaux de Galilée, Huygens et Newton. Il s'agit de montrer que si les trajectoires les plus générales décrites par des corps pesants sont les coniques d'Apollonius, c'est parce que le problème de l'établissement des trajectoires a été prémathématisé par des principes généraux sous-jacents à l'étude du lien entre causes et effets. L'introduction de ces présupposés est en fait contenue dans l'utilisation de la loi galiléenne comme fondement à l'étude du lien entre force et mouvement, force centrifuge pour Huygens, centripète pour Newton. La nature des trajectoires envisagées avec les méthodes à la disposition de Huygens et Newton ne peut être alors que quadratique.

ABSTRACT. — GALILEO'S LAW OF MOTION AND HUYGENS' DYNAMICS. The paper sets out to examine anew the inception of classical dynamics from a highly specific vantage point, bearing on the works of Galileo, Huygens and Newton. The point it seeks to establish is that the generic trajectories followed by bodies having weight turn out to be conic sections as described by Apollonius, precisely because setting the problem of trajectory specification had involved a prior mathematisation owing to the general first principles implicit in the investigation of the link between cause and effect. Introduction of such presuppositions is indeed implied by any reliance on the Galilean law of motion as foundation for the investigation of the relationship between force and motion, be it a centrifugal force for Huygens, or a centripetal force for Newton. The conceivable trajectories, when investigated with the means available to Huygens and Newton, needs must confirm to a quadratic law.

INTRODUCTION

On s'émerveille aisément du fait que les trajectoires suivies par un simple boulet de canon tout comme les trajectoires des astres soient justement des courbes connues par les géomètres de l'antiquité : les coniques

(*) Texte reçu le 27 janvier 1995, révisé le 27 novembre 1995.
Christiane VILAIN, D.A.R.C., Observatoire de Paris-Meudon, place Jules Janssen, 92195 Meudon (France).

d'Apollonius. Ces coniques étaient alors définies par l'intersection d'un cône et d'un plan sans qu'il soit possible d'en imaginer le rôle futur dans l'étude du mouvement jusqu'à Kepler et Galilée[1]. Paraboles, ellipses et hyperboles appartenaient déjà il est vrai au domaine de l'optique : catoptrique et dioptrique. C'est ce qui avait permis de dégager la notion de « foyer », fort utile en mécanique[2]. Pourtant l'utilisation des coniques en mécanique n'est pas une conséquence directe de leur importance en optique et Galilée, comme Kepler d'ailleurs, utilise directement l'œuvre d'Apollonius.

Si Newton est un lecteur attentif de l'œuvre de Kepler, dont il tire les « lois » que nous connaissons aujourd'hui, Huygens est en revanche essentiellement un lecteur galiléen. Nous nous intéresserons ici à la géométrisation du mouvement qui fait suite à celle de Galilée, sans oublier que, depuis Kepler, les corps célestes décrivent des ellipses et non plus des cercles. Pourquoi les corps décrivent-ils cependant des courbes connues et non pas des courbes plus compliquées ? C'est la question qui est posée dans cet article.

Une première réponse consiste à remarquer que les trajectoires ainsi puisées dans le fond le plus classique de la géométrie ne sont que des approximations ; les boulets de canon ne suivent pas des paraboles, ni les astres des ellipses. Mais Galilée a traité de mouvements dans le vide et Newton de mouvements à deux corps, dans le vide également ; leurs solutions sont alors exactes et la question demeure.

Une autre réponse est que lorsque Galilée traite de la chute des corps, il fonde ses résultats sur plusieurs principes implicites, lesquels inscrivent déjà la dynamique dans un ordre mathématique. Nous dirons plus précisément ici que si l'on considère soigneusement l'ensemble de

[1] La façon dont Kepler [1609] intègre les ellipses dans l'étude du mouvement des corps est bien différente de celle de Galilée un peu plus tard pour la parabole et les corps terrestres [Galilei 1638/1970, p. 205–209]. L'ellipse est pour Kepler la courbe la plus simple après le cercle, elle signifie l'abandon du cercle ; tandis que la parabole galiléenne est le résultat exact de principes posés.

[2] Les propriétés focales, de la parabole pour la réflexion, des hyperboles pour la réfraction, et des coniques en général, sont découvertes peu à peu à partir de Dioclès jusqu'à Descartes en passant par Ibn Sahl à Bagdad au X^e^ siècle. L'histoire des instruments « ardents » prend sa source dans la tradition selon laquelle Archimède aurait ainsi incendié la flotte ennemie lors du siège de Syracuse et est à l'origine du développement d'une nouvelle géométrie des coniques.

ces principes, on s'aperçoit que le phénomène a été linéarisé avant d'être géométrisé et qu'il est alors moins étonnant de rencontrer l'une des courbes les plus simples après la droite : la parabole.

Ces principes implicites utilisés par Galilée interviennent de la même façon dans l'établissement de la relativité galiléenne du *Dialogue* ou de la loi générale de la chute des corps dans la troisième Journée des *Discours*. Des notions mathématiques telles que la continuité et surtout ici l'homogénéité et la linéarité, doivent s'inscrire dans la dynamique pour permettre de construire une cinématique géométrisable. Nous ne voulons pas affirmer que la continuité et la linéarisation sont nécessaires à toute mathématisation de la physique ; la physique contemporaine montre bien que ce n'est pas le cas. Cette étape a été seulement nécessaire à une mathématisation utilisant les outils dont on disposait : la géométrie classique. Il s'agit de ramener l'inconnu à du déjà connu, de faire entrer de force les phénomènes dans les formes dont on dispose préalablement. Ce qui est considéré couramment comme une simplification est une refonte de la causalité, de la structure profonde du phénomène, par rapport à l'histoire antérieure. La géométrie n'est donc pas seulement l'instrument d'une nouvelle science descriptive de nature cinématique inaugurée par Galilée, mais d'abord le fondement d'une nouvelle dynamique[3], au sens des relations entre le mouvement et ses causes.

Nous allons appuyer cette affirmation sur des exemples précis centrés sur l'utilisation de la loi galiléenne de la chute des corps. C'est pourquoi nous ne parlons pas de Descartes car la loi galiléenne n'a pas de sens pour lui dans un Univers où tout est discontinu, y compris l'action de la gravité. La loi établie par Galilée affirme que les espaces parcourus sont comme les carrés des temps. On la retrouve telle quelle chez Huygens en 1659 dans son *De vi centrifuga*, puis chez Newton dans les *Principia* de 1687.

Cette loi a, entre-temps, totalement changé de statut : de résultat pour Galilée en 1638 et pour Huygens dans l'*Horologium*, elle devient point de départ dès qu'il s'agit de traiter chez Huygens d'autres mouvements, comme plus tard chez Newton. Elle était déduite, elle est maintenant posée *a priori*. C'est en tout cas ce qui se passe lorsqu'il s'agit d'établir une loi

[3] Le mot « dynamique » devrait être réservé à la mécanique leibnizienne et post-leibnizienne. Mais nous suivons ici l'habitude qui consiste à l'utiliser pour tout rapport entre le mouvement et ses causes.

dynamique autre que celle de la chute des corps, c'est-à-dire de trouver le lien qui existe entre la cause et l'effet, entre une force quelconque et le mouvement qu'elle engendre.

L'utilisation de cette loi implique cependant une restriction cachée à l'ensemble des mouvements envisagés, et le rapprochement à ce sujet des démarches de Huygens et de Newton en montrera la nécessité dans le contexte précis de la géométrie classique utilisée. Les démonstrations de Newton éclairent donc *a posteriori* celles de Huygens en permettant de mieux lire la restriction opérée déjà par ce dernier sans qu'il en ait conscience. Nous voulons montrer de plus que cette restriction prolonge celle de la linéarisation qui a été imposée au départ par Galilée. Dans ce but, l'utilisation de la loi galiléenne par Huygens dans le *De vi centrifuga* sera confrontée à son traitement de la chute des corps dans le début de la deuxième partie de l'*Horologium*.

Le jeune Huygens s'intéresse déjà à la chute des corps lorsqu'il commence à correspondre avec Mersenne en 1646. Ses réflexions à ce sujet aboutissent à une nouvelle démonstration de la loi galiléenne exposée dans l'*Horologium* en 1673. Le résultat qui nous intéresse ici est qu'il se débarrasse de la seule hypothèse explicitement formulée par Galilée comme préalable à son traitement de la chute des corps : celle qui affirme que la vitesse augmente de la façon la plus simple possible, donc avec des accroissements constants au cours du temps. Il a dû, pour y parvenir, expliciter les principes implicites de Galilée et les généraliser. Ses démonstrations prolongent donc le travail de Galilée en gardant le même point de vue.

Cet éclairage nouveau, pensons-nous, apporté à des travaux connus constitue un élément de réflexion sur les relations entre physique et mathématique : la géométrisation devient possible parce qu'il y a eu prémathématisation du phénomène.

1. NAISSANCE DE LA DYNAMIQUE CLASSIQUE

Huygens et Newton établissent une relation quantitative entre une force et l'écart au mouvement inertiel engendré par cette force (centrifuge pour Huygens, centripète pour Newton). Cet écart est « matérialisé » par un segment de droite qui est la « déviation » du mouvement courbe par rapport au mouvement tangentiel qu'aurait le corps s'il était soudain libéré.

On sait que Newton a établi (deuxième loi) une relation universelle entre force et mouvement ; on sait moins que Huygens a, lui aussi, cherché une telle relation.

1.1. Christiaan Huygens et la parabole osculatrice

Dans son *Horologium oscillatorium* Huygens énonce pour la première fois ses théorèmes sur la force centrifuge. C'est en fait le résultat d'un travail effectué dès 1659 mais qui n'a été publié qu'en 1703 par les exécuteurs testamentaires de Huygens : B. de Volder et B. Fullenius, sous le titre *De vi centrifuga* [Huygens 1659][4]. Dans ce pseudo-traité de Huygens on voit vraiment apparaître les bases d'une dynamique, bien que beaucoup d'auteurs considèrent ces travaux comme non aboutis et réductibles à une cinématique [Westfall 1971, p. 146–193]. Ne les suivant pas sur ce point, nous considérons que Huygens montre avec beaucoup de clarté son intérêt pour la dynamique.

Huygens imagine en effet une utilisation originale des deux dispositifs favoris de Galilée : le pendule et le plan incliné.

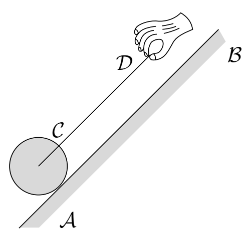

Figure 1 [Huygens 1659, p. 257].

[4] Le traité *De vi centrifuga* constitué par Buchard de Volder et Bernard Fullenius est publié dans les *Œuvres complètes*, avec une traduction française. Il ne faut pas oublier que Huygens n'a jamais écrit de traité sur la force centrifuge et que le texte dont il est question ici a été reconstitué d'après des manuscrits par Volder et Fullenius de leur propre initiative et non à la demande de Huygens. Ce dernier indique dans l'*Horologium* qu'il avait eu l'intention d'écrire à propos du mouvement circulaire et de la force centrifuge sur lesquels il déclare avoir plus à dire qu'il n'est en mesure de le faire présentement. Mais lorsque, vers la fin de sa vie, il tente d'écrire un traité du mouvement, il s'agit d'un traité sur la relativité galiléenne et les chocs. Il est alors beaucoup plus préoccupé de démontrer le caractère relatif de la rotation que d'établir une dynamique générale fondée sur une notion de force.

D'après un article de Joella Yoder [1991], il apparaît que le texte édité par de Volder et Fullenius provient d'un ensemble plus gros comportant deux versions et un ordre différent des propositions, sans avoir la forme d'un traité à publier.