348

ASTÉRISQUE

2012

SÉMINAIRE BOURBAKI
VOLUME 2010/2011
EXPOSÉS 1027-1042

Avec table par noms d'auteurs de 1948/49 à 2010/11

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Astérisque est un périodique de la Société Mathématique de France.

Numéro 348, octobre 2012

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
smf@smf.univ-mrs.fr

Hindustan Book Agency
O-131, The Shopping Mall
Arjun Marg, DLF Phase 1
Gurgaon 122002, Haryana
Inde

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

Tarifs

Vente au numéro : 94 € ($ 141)
Abonnement Europe : 472 €, hors Europe : 512 € ($ 768)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat : Nathalie Christiaën

Astérisque
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
revues@smf.ens.fr • http://smf.emath.fr/

ISSN 0303-1179

ISBN 978-285629351-5

Directrice de la publication : Aline BONAMI

348

ASTÉRISQUE

2012

SÉMINAIRE BOURBAKI
VOLUME 2010/2011
EXPOSÉS 1027-1042

Avec table par noms d'auteurs de 1948/49 à 2009/10

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki.
École normale supérieure,
45, rue d'Ulm, F-75230 Paris Cedex 05.
URL : `http://www.bourbaki.ens.fr`

***Mots-clefs et classification mathématique par sujet* (2000)**

Exposé nº 1027. — Théorie du contrôle, équations aux dérivées partielles, mécanique des fluides — 93C20, 35Q30, 35Q31.
Exposé nº 1028. — Méthodes de crible, équirépartition, propriété (tau), graphes expanseurs — 11N05, 11N35, 11N36, 20F69, 05C25.
Exposé nº 1029. — Invariant de Kervaire, groupes d'homotopie stable, théorie de l'homotopie stable équivariante, théorie de l'homotopie chromatique, spectres en anneaux structurés — 55Q45.
Exposé nº 1030. — Physique statistique, analyse complexe discrète, invariance conforme, modèle d'Ising — 60K35, 82B20, 52C26, 60J67, 81T40.
Exposé nº 1031. — Programme de Langlands p-adique, $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Q}_p)$, cohomologie complétée, compatibilité local-global — 11S37, 11F70, 11F80, 22E55.
Exposé nº 1032. — Conjecture de Zilber-Pink, intersections exceptionnelles, variétés semi-abéliennes, hauteurs, problème de Lehmer, conjecture de Bogomolov — 11G10, 11G50, 14K12, 14K15.
Exposé nº 1033. — Spectral sparsification, approximate John decomposition, dimensionality reduction, restricted invertibility — 65F50, 15A63, 46B85, 52A23, 46B07.
Exposé nº 1034. — Fonctions BV, transport de Brenier, inégalité de Sobolev à trace, asymétrie, corps convexes — 26A45, 53A10, 49Q15, 28A75.
Exposé nº 1035. — Hitchin fibration, fundamental lemma, trace formula, Langlands program, stacks — 11F70.
Exposé nº 1036. — Géométrie algébrique réelle, géométrie symplectique réelle, problèmes énumératifs, invariants de Gromov-Witten, théorie symplectique des champs, courbes pseudo-holomorphes — 14N10, 14N35, 14P99, 53D35, 53D42, 53D45.
Exposé nº 1037. — André-Oort conjecture, o-minimal theories, modular function, complex multiplication, special points, Shimura varieties — 11G18, 03C64.
Exposé nº 1038. — Conjecture de Serre II, obstruction de Brauer, connexité rationnelle — 11E72, 14G05, 14M22.
Exposé nº 1039. — Nonamenable groups, percolation, measured equivalence relations, von Neumann algebras — 37A20, 20E05, 20P05, 46L10.
Exposé nº 1040. — Hyperkähler manifolds, Global Torelli theorem, K3 surfaces — 53C26, 14J28, 32J27.
Exposé nº 1041. — Déterminant jacobien, espaces de Sobolev — 46E35.
Exposé nº 1042. — Existence, asymptotique, diffusion, équation de Schrödinger nonlinéaire — 35Q55, 35B40, 35B44, 35P25.

SÉMINAIRE BOURBAKI
VOLUME 2010/2011
EXPOSÉS 1027–1042

Résumé. — Comme les précédents volumes de ce séminaire, qui compte maintenant plus de mille exposés, celui-ci contient seize exposés de synthèse sur des sujets d'actualité : trois situés entre analyse et géométrie, trois de géométrie algébrique, deux de géométrie diophantienne, deux liés au programme de Langlands, deux en théorie des groupes, un de topologie algébrique, un sur le modèle d'Ising et deux en physique mathématique.

***Abstract* (Séminaire Bourbaki, volume 2010/2011, exposés 1027–1042)**

As in the preceding volumes of this seminar, which now counts more than one thousand talks, one finds here sixteen survey lectures on topics of current interest : three lectures between analysis and geometry, three about algebraic geometry, three on diophantine geometry, two related to Langlands' program, two about group theory, one on algebraic topology, one related to Ising's model, and two about mathematical physics.

JUIN 2011

O. GLASS — *La méthode du retour en contrôlabilité et ses applications en mécanique des fluides (d'après Coron et al.)*

Un système de contrôle est une équation d'évolution dépendant d'un paramètre. La théorie du contrôle cherche à déterminer comment l'on peut choisir ce paramètre en fonction du temps afin de modifier la dynamique dans un sens prescrit. Le problème de contrôlabilité s'intéresse en particulier à la possibilité de faire passer l'état du système d'un point de départ à une cible prescrite, celui de stabilisation à la possibilité de rendre un point d'équilibre stable. Dans le cas d'équations non linéaires, l'approche usuelle pour obtenir ce type de propriété est de linéariser le système, puis d'obtenir un résultat sur le linéarisé par des méthodes classiques. Cependant dans de nombreux systèmes d'origine physique, le linéarisé n'est pas nécessairement contrôlable. La méthode du retour introduite par J.-M. Coron permet de contourner cet obstacle. Dans cet exposé, nous nous intéresserons d'abord au problème pour lequel cette méthode a été introduite, qui concerne la stabilisation de certains systèmes de dimension finie ; puis nous illustrerons la méthode par deux exemples issus de la mécanique des fluides incompressibles : l'un, dû à J.-M. Coron, concernant l'équation d'Euler, l'autre, dû à J.-M. Coron et S. Guerrero, concernant l'équation de Navier-Stokes.

E. KOWALSKI — *Crible en expansion*

Récemment, particulièrement sous l'impulsion de J. Bourgain, A. Gamburd et P. Sarnak, les méthodes de crible, bien connues en théorie analytique des nombres, ont été introduites dans l'étude de problèmes concernant des objets arithmétiques liés à l'action de groupes discrets à croissance exponentielle (par exemple, les points d'une orbite d'un tel groupe agissant sur un espace affine). Dans ce type de contexte, l'application du crible s'avère dépendre crucialement de propriétés d'expansion de familles de graphes associés à des quotients finis du groupe considéré. De nombreux travaux ont ainsi été consacrés à l'extension de ces propriétés à de nouvelles situations : on peut citer les travaux de Kontorovich-Oh concernant la théorie spectrale de certaines surfaces ou variétés hyperboliques de volume infini, et ceux de Helfgott, Bourgain-Gamburd-Sarnak, Breuillard-Green-Tao, Pyber-Szabó, Varju et d'autres, concernant les propriétés d'expansion des sous-groupes Zariski-denses de groupes linéaires. L'exposé présentera ces nouveaux aspects du crible, en essayant de mettre en valeur les principes généraux et certaines des applications les plus élégantes, ainsi que diverses questions encore ouvertes.

H. MILLER — *Kervaire Invariant One (after M. A. Hill, M. J. Hopkins, and D. C. Ravenel)*

The question of when the Kervaire invariant is nontrivial was the only question left unresolved by Kervaire and Milnor in their 1963 study of the relationship between groups of homotopy spheres and stable homotopy groups. Last year, Hill, Hopkins and Ravenel resolved this question except in one dimension, by a highly innovative attack using large amounts of equivariant stable homotopy theory and small amounts of computation.

W. WERNER — *Analyticité discrète du modèle d'Ising (d'après Stanislav Smirnov)*

Nous essaierons de présenter des idées et des résultats récents de Stanislav Smirnov (dont certains en collaboration avec ses étudiants et post-doctorants, Dmitry Chelkak, Antti Kemppainen, Clément Hongler ou Hugo Duminil-Copin, et reliés à des travaux de Richard Kenyon) concernant l'analyticité discrète de certaines fonctions définies à partir de modèles sur réseau issus de la physique statistique, comme le modèle d'Ising, et leurs conséquences sur le comportement asymptotique de ces systèmes à grande échelle.

C. BREUIL — *Correspondance de Langlands p-adique, compatibilité local-global et applications (d'après Colmez, Emerton, Kisin, ...)*

Emerton vient de montrer que la correspondance de Langlands locale p-adique pour $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Q}_p)$ se réalise dans la cohomologie étale p-adique « complétée » de la tour des courbes modulaires. Combiné avec des travaux de Colmez et de Kisin (et d'autres), ainsi qu'avec la preuve de la conjecture de modularité de Serre (Khare-Wintenberger), ce résultat a plusieurs conséquences : conjecture de Fontaine-Mazur décrivant les représentations galoisiennes provenant des formes modulaires, conjecture de Kisin sur l'analogue surconvergent, compatibilité entre correspondance de Langlands p-adique et correspondance classique pour $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Q}_p)$, conjecture sur les multiplicités modulaires de Breuil-Mézard...

A. CHAMBERT-LOIR — *Relations de dépendance et intersections exceptionnelles*

L'exposé sera consacré au résultat suivant, issu des travaux de Bombieri, Masser, Zannier et Maurin : Soit C une courbe algébrique (irréductible) complexe et considérons n fonctions rationnelles $f_1, \ldots, f_n$ non identiquement nulles et multiplicativement indépendantes sur C. Les points x de C où leurs valeurs $f_1(x), \ldots, f_n(x)$ vérifient au moins deux relations de dépendance multiplicative indépendantes forment un ensemble fini.

Nous discuterons les généralisations conjecturales de ce théorème (Bombieri, Masser, Zannier ; Zilber ; Pink) concernant la finitude des points d'une sous-variété X de dimension d d'une variété semi-abélienne A qui appartiennent à un sous-groupe algébrique de codimension $> d$ dans A, leurs relations avec les théorèmes de type Mordell–Lang ou Manin–Mumford et, dans le cas arithmétique, les résultats récents (Habegger ; Rémond) concernant la hauteur des points appartenant à un sous-groupe algébrique de codimension d.

A. NAOR — *Sparse quadratic forms and their geometric applications (following Batson, Spielman and Srivastava)*

Let (a_{ij}) be a symmetric matrix with nonnegative entries. Batson, Spielman and Srivastava proved that for every $\epsilon > 0$ there exist $c = c(\epsilon) > 0$ and a symmetric matrix (b_{ij}) whose entries are nonnegative and at most cn of them are nonzero, such that for all $(x_1, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n$ we have

$$\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x_i - x_j)^2 \le \sum_{i,j=1}^{n} b_{ij}(x_i - x_j)^2 \le (1+\epsilon) \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x_i - x_j)^2.$$

We describe the beautiful proof of this theorem, as well as some of its geometric applications, including a new proof of the Bourgain-Tzafriri restricted invertibility phenomenon, improved approximate John decompositions for convex bodies, and dimensionality reduction in L_p spaces.

F. SANTAMBROGIO — *Inégalités isopérimétriques quantitatives via le transport optimal (d'après A. Figalli, F. Maggi et A. Pratelli)*

L'inégalité isopérimétrique classique établit le volume maximal d'un corps dans $\mathbb{R}^n$ à périmètre fixé. L'optimum étant la boule B, elle donne $P(E) \ge n|E|^{1-\frac{1}{n}}|B|^{\frac{1}{n}}$ pour tout $E \subset \mathbb{R}^n$. Sa version anisotrope concerne le $K-$périmètre P_K, défini à partir d'un corps convexe $K \subset \mathbb{R}^n$, et s'écrit $P_K(E) \ge n|E|^{1-\frac{1}{n}}|K|^{\frac{1}{n}}$ et l'optimum est réalisé par K. Une version quantitative de ces inégalités revient à estimer l'écart $P(E) - n|E|^{1-\frac{1}{n}}|B|^{\frac{1}{n}}$ en termes de « combien E est différent de B ». La version quantitative optimale de l'inégalité classique a été prouvée en 2008 par Fusco, Maggi et Pratelli par des méthodes de symétrisation, spécifiques au cas isotrope. Les travaux que je présenterai ont permis, grâce à l'application du transport de Brenier, de faire de même dans le cas anisotrope.