

MÉMOIRES DE LA S. M. F.

YVES BENOIST

Multiplicité un pour les espaces symétriques exponentiels

Mémoires de la S. M. F. 2^e série, tome 15 (1984), p. 1-37

<http://www.numdam.org/item?id=MSMF_1984_2_15__1_0>

© Mémoires de la S. M. F., 1984, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mémoires de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Memoires/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

MULTIPLICITÉ UN POUR LES
ESPACES SYMÉTRIQUES EXPONENTIELS

YVES BENOIST (*)

Résumé :

On donne une condition suffisante de non multiplicité pour certaines représentations cycliques liées à des espaces symétriques. On en déduit que si (G,H) est un espace symétrique exponentiel la représentation $\text{Ind}_H^G(1)$ est sans multiplicité.

A sufficient non multiplicity condition is given for certain cyclic representations which are related to symmetric spaces. In particular, it is proved that if (G,H) is an exponential symmetric space the induced representation $\text{Ind}_H^G(1)$ has no multiplicity.

(*) ERA 1020 du C.N.R.S.,
UER de Mathématiques
2, Place Jussieu
75251 PARIS CEDEX 05

- I. Généralités, rappels :
 - 1.1. Notations
 - 1.2. Vecteurs C^∞ et $C^{-\infty}$ d'une représentation
 - 1.3. Coefficients des représentations
- II. Fonctions généralisées L-semibiinvariantes
 - 2.1. Involution dans un groupe exponentiel
 - 2.2. Exemples
 - 2.3. Une propriété des fonctions généralisées L-semibiinvariantes
 - 2.4. Exemples
 - 2.5. Démonstration de la proposition 2.3.
- III. Non multiplicité de $\text{Ind}_K^G(1)$
 - 3.1. Non multiplicité de certaines représentations
 - 3.2. Applications
 - 3.3. Exemples et contre-exemples
- IV. Désintégration de $\text{Ind}_K^G(1)$
 - 4.1. Désintégration de certaines représentations
 - 4.2. Applications
 - 4.3. Espaces symétriques exponentiels
 - 4.4. L'espace $(H_\pi^{-\infty})_{H,c}$
 - 4.5. Exemples et contre-exemples

INTRODUCTION :

Soient G un groupe de Lie connexe, σ une involution de G , H l'ensemble des points fixes de σ , H_0 sa composante neutre et K un sous-groupe de G tel que $H_0 \subset K \subset H$. Un couple (G, K) est appelé un espace symétrique. Il est connu que, dans les deux cas suivants :

- i) (G, K) espace symétrique riemannien (i.e. $\text{Ad } K$ compact)
- ii) $(G_1 \times G_1, \Delta)$ où Δ est la diagonale de $G_1 \times G_1$ (cf. [Ma 1] §.3),

la représentation du groupe G dans l'espace $L^2(G/K)$ est sans multiplicité (i.e. le commutant de cette représentation est commutatif).

Nous nous plaçons dans le cadre des groupes de Lie résolubles. Nous montrons que ce résultat est encore vrai si G a une algèbre de Lie exponentielle (corol. 3.2.1), mais peut être mis en défaut pour un groupe résoluble quelconque (exemple 3.3.2).

Voici la méthode suivie : nous montrons tout d'abord une égalité du type $G = HP$ "décomposition de Cartan" où $P = \{g \in G / g^{-1} = g^\sigma\}$ (prop. 2.1). Nous associons ensuite à chaque élément du commutant une fonction généralisée sur G (l'idée d'une telle association est due à F. Bruhat : [Br] Chap. 6). Cette dernière est "H-semibiinvariante". Nous montrons auparavant une propriété des fonctions généralisées "H-semibiinvariantes" (prop. 2.3). Ceci nous permet de montrer qu'un automorphisme et un antiautomorphisme du commutant coïncident (th. 3.1).

En outre, nous précisons la désintégration de cette représentation sur $\hat{G}$: les représentations unitaires irréductibles qui y interviennent vérifient $\bar{\pi} = \pi^\sigma$ (th. 4.1.2). Nous interprétons ceci en termes de méthode des orbites (th. 4.3.2). Nous terminons par une propriété de ces représentations irréductibles (corol. 4.4.2) liée à notre problème par une dualité de Frobenius.

Nous donnons à nos résultats une certaine généralité de façon à retrouver le cas $(G_1 \times G_1, \Delta)$ ainsi que quelques autres. Ceci a tendance à alourdir les énoncés, mais n'entraîne aucune modification essentielle dans les démonstrations. On peut donc, en première lectu-

re, supposer que G est un groupe exponentiel et que la représentation dont on cherche la désintégration est la représentation de G dans $L^2(G/H)$.

Ces résultats sont annoncés dans [B2], et développés dans la première partie de [B1] où les exemples sont traités de façon plus détaillée.

I. GÉNÉRALITÉS, RAPPELS :

1.1. Notations

1.1.1 Soit M une variété (paracompacte), on note $\mathcal{C}(M)$ (resp. $\mathcal{C}_c(M)$) l'espace des fonctions continues (resp. de classe C^∞) de M à valeurs dans $\mathbb{C}$, et $\mathcal{K}(M)$ (resp. $\mathcal{D}(M)$) le sous-espace de $\mathcal{C}(M)$ (resp. $\mathcal{C}_c(M)$) formé des fonctions à support compact. On note $\mathcal{M}'(M)$ l'espace des densités C^∞ sur M et $\mathcal{M}'_c(M)$ le sous-espace des densités C^∞ à support compact. On munit ces ensembles de leur topologie usuelle.

Soient M et N deux variétés, ϕ et ψ des éléments de $\mathcal{C}(M)$ et $\mathcal{C}(N)$. On note $\phi \otimes \psi$ l'élément de $\mathcal{C}(M \times N)$ donné par, pour (m,n) dans $M \times N$, $(\phi \otimes \psi)(m,n) = \phi(m)\psi(n)$. De même, si f et g sont des difféomorphismes de M et N , on note $f \otimes g$ le difféomorphisme de $M \times N$ donné par, pour (m,n) dans $M \times N$ $(f \otimes g)(m,n) = (f(m), g(n))$. On notera souvent de la même façon une fonction et sa restriction à un sous-ensemble.

Soit $\mathcal{D}'(M)$ l'espace des distributions sur M et $\mathcal{C}'(M)$ l'espace des distributions à support compact. Soient ξ dans $\mathcal{D}'(M)$ et ϕ dans $\mathcal{D}(M)$, on note (ξ, ϕ) ou $(\xi(x), \phi(x))$, avec une lettre muette (notation abusive), l'image de ϕ par ξ . La distribution conjuguée de ξ est notée $\bar{\xi}$. On a donc, par définition $(\bar{\xi}, \bar{\phi}) = \overline{(\xi, \phi)}$. Soit $\mathcal{F}'(M)$ l'espace des fonctions généralisées sur M (i.e. le dual de $\mathcal{M}'_c(M)$) ; pour T dans $\mathcal{F}'(M)$ et μ dans $\mathcal{M}'_c(M)$, on note de même (T, μ) ou $(T(x), \mu(x))$ l'image de μ par T et $\bar{T}$ la fonction généralisée conjuguée de T . Soit f un difféomorphisme de M , on note $f_*(\xi)$ la distribution image de ξ par f : $\forall \phi \in \mathcal{D}(M)$ $(f_*(\xi), \phi) = (\xi, \phi \circ f)$; et on note $T \circ f$ la fonction généralisée image réciproque de T par f : $\forall \mu \in \mathcal{M}'_c(M)$ $(T \circ f, \mu) = (T, f_*(\mu))$.

ESPACES SYMÉTRIQUES EXPONENTIELS

1.1.2 Soit G un groupe de Lie d'algèbre de Lie $\mathfrak{g}$, pour tout élément g de G , on note $\lambda(g)$, $\rho(g)$, $\gamma(g)$ et J les difféomorphismes de G donnés, pour x dans G , par : $\lambda(g)x = gx$, $\rho(g)x = xg^{-1}$, $\gamma(g)x = gxg^{-1}$ et $J(x) = x^{-1}$.

Notons $\exp$ l'application exponentielle de $\mathfrak{g}$ dans G et m la multiplication de G .

Une algèbre de Lie $\mathfrak{g}$ est dite exponentielle si pour tout X dans $\mathfrak{g}$, le nombre complexe $i = \sqrt{-1}$ n'est pas valeur propre de $\text{ad } X$. Celle-ci est alors résoluble. Un groupe de Lie est dit exponentiel s'il est connexe, simplement connexe et si son algèbre de Lie $\mathfrak{g}$ est exponentielle. Il est équivalent de dire que l'application exponentielle est un difféomorphisme de $\mathfrak{g}$ sur G .

Soit σ un automorphisme de G , on note encore σ l'automorphisme de $\mathfrak{g}$ dérivé de σ . Pour X dans $\mathfrak{g}$ (resp. g dans G), on notera parfois X^σ (resp. g^σ) l'image de X (resp. g) par σ . On dit que σ est une involution s'il vérifie $\sigma^2 = 1$. On note alors H ou G_σ l'ensemble des points fixes de cette involution :

$H = G_\sigma = \{g \in G / g^\sigma = g\}$, on note aussi
 $P = \{g \in G / g^\sigma = g^{-1}\}$, $\mathfrak{h} = \{X \in \mathfrak{g} / X^\sigma = X\}$ et
 $\mathfrak{p} = \{X \in \mathfrak{g} / X^\sigma = -X\}$. Soit p la projection canonique de G sur G/H et $\exp$ l'application de $\mathfrak{p}$ dans G/H donnée par :

$$\forall x \in \mathfrak{p} \quad \exp X = p(\exp X).$$

On a l'égalité $\mathfrak{h} \circ \mathfrak{p} = \mathfrak{g}$ et les inclusions :

$$[\mathfrak{h}, \mathfrak{h}] \subset \mathfrak{h}, \quad [\mathfrak{h}, \mathfrak{p}] \subset \mathfrak{p} \quad \text{et} \quad [\mathfrak{p}, \mathfrak{p}] \subset \mathfrak{h}.$$

1.1.3 Soient $\mathcal{H}$ un Hilbert (séparable) et Π une représentation (continue) de G d'espace $\mathcal{H}$. On note $\bar{\mathcal{H}}$ le Hilbert conjugué de $\mathcal{H}$, $\bar{\Pi}$ la représentation conjuguée de Π et Π^σ la représentation $\Pi \circ \sigma$. Rappelons que l'on appelle commutant de la représentation Π l'ensemble

$$\mathcal{C}(\Pi) = \{A \in \mathcal{L}(\mathcal{H}) / \forall g \in G \quad \Pi(g)A = A \Pi(g)\}.$$

Le commutant $\mathcal{C}(\Pi)$ est une algèbre de Von Neumann. La représentation Π est dite sans multiplicité si et seulement si $\mathcal{C}(\Pi)$ est commutatif.

1.2. Vecteurs C^∞ et $C^{-\infty}$ d'une représentation :

1.2.1 Soit G un groupe de Lie et $\Pi : G \rightarrow U(\mathcal{H})$ une représentation unitaire de G dans un Hilbert $\mathcal{H}$. On note $\mathcal{H}^\infty$ l'espace des vecteurs C^∞ de la représentation $\Pi : \mathcal{H}^\infty = \{v \in \mathcal{H} / \text{l'application de } G \text{ dans } \mathcal{H} : g \mapsto \Pi(g).v \text{ est } C^\infty\}$ muni de sa topologie habituelle et $\mathcal{H}^{-\infty}$ l'antidual de $\mathcal{H}^\infty$ (i.e. l'espace vectoriel des formes antilinéaires continues de $\mathcal{H}^\infty$ dans $\mathbb{C}$) muni de la topologie de dual fort. Ces espaces sont réflexifs ; l'antidual de $\mathcal{H}^{-\infty}$ s'identifie à $\mathcal{H}^\infty$; soient a dans $\mathcal{H}^{\pm\infty}$ et b dans $\mathcal{H}^{\mp\infty}$. On note $\langle a, b \rangle$ l'image de b par a ; on a $\langle a, b \rangle = \overline{\langle b, a \rangle}$. L'espace $\mathcal{H}^\infty$ est dense dans $\mathcal{H}$ et $\mathcal{H}$ est dense dans $\mathcal{H}^{-\infty}$.

Pour g dans G , A dans $\mathcal{C}(\Pi)$ et μ dans $\mathcal{M}_\mathbb{C}(G)$ les opérateurs $\Pi(g)$, A , $\Pi(\mu)$ laissent stable $\mathcal{H}^\infty$ (on note $\Pi_\infty(g)$, A_∞ et $\Pi_\infty(\mu)$ les restrictions) et se prolongent de façon unique en des opérateurs continus de $\mathcal{H}^{-\infty}$ notés $\Pi_{-\infty}(g)$, $A_{-\infty}$ et $\Pi_{-\infty}(\mu)$; nous oterons parfois les indices $\pm\infty$ (c.f. [Ca]).

1.2.2 Soit L un sous-groupe fermé de G , μ_G une mesure de Haar sur G , Δ_G et Δ_L les fonctions modules de G et L . On note χ le caractère de L donné par, pour l dans L :

$$\chi(l) = \frac{\Delta_L(l)}{\Delta_G(l)}.$$

Soit c un caractère unitaire de L , la représentation $\Pi = \text{Ind}_L^G(c)$: "induite de L à G du caractère c " se réalise naturellement dans le quotient $L^2(G/L, c)$ de l'espace des fonctions mesurables f de G dans $\mathbb{C}$ telles que :

- i) $\forall g \in G \quad \forall l \in L \quad f(gl) = \chi(l)^{\frac{1}{2}} c(l)^{-1} f(g)$
 ii) $\int_{G/L} |f|^2 d\mu_{G,L} < \infty$ (c.f. [Be] pour la définition de cette intégrale) par le sous-espace des fonctions μ_G -presque partout nulles ; si $c = 1$, on note $L^2(G/L)$ pour $L^2(G/L, 1)$. L'action de G est donnée par $\forall g, x \in G \quad (\Pi(g)f)(x) = f(g^{-1}x)$ (c.f. [Be] Chap V 2.2).

La description des vecteurs C^∞ des représentations induites est due à N. S. Poulsen. Celle-ci prouve en particulier que $(L^2(G/L, c))^\infty$ est inclus dans $\mathcal{C}(G)$; cette inclusion est une application continue (c.f. [Po] th. 5.1 ou [Ca] th. 3.1).

ESPACES SYMÉTRIQUES EXPONENTIELS

1.2.3 Soit Π une représentation unitaire de G . On dit qu'un élément a de $\mathcal{H}_{\Pi}^{-\infty}$ est cyclique, s'il n'existe pas d'éléments non nuls v de $\mathcal{H}_{\Pi}^{\infty}$ tels que, pour tout g dans G , on ait $\langle a, \Pi(g)v \rangle = 0$. Un tel couple (Π, a) est appelé une représentation cyclique (généralisée). On dit que deux représentations cycliques (Π, a) et (Π', a') sont projectivement équivalentes, s'il existe un isomorphisme U qui entrelace Π et Π' et tel que $U_{-\infty}(a) = \lambda a'$ avec λ dans $\mathbb{C}^*$, et équivalentes si on peut choisir $\lambda = 1$.

Exemple 1 : Soient L un sous-groupe de Lie de G , c un caractère unitaire de L et $\Pi = \text{Ind}_L^G(c)$. On sait que $\mathcal{H}_{\Pi}^{\infty}$ est inclus dans $\mathcal{B}(G)$ (cf. 1.2.2), dont l'application $\delta : \mathcal{H}_{\Pi}^{\infty} \rightarrow \mathbb{C}$ donnée par $\delta(f) = \overline{f(e)}$ est un élément de $\mathcal{H}_{\Pi}^{-\infty}$; cet élément est cyclique : en effet, soit f dans $\mathcal{H}_{\Pi}^{\infty}$ tel que, pour tout g dans G , on ait $\langle \delta, \Pi(g)f \rangle = 0$, alors $f(g^{-1}) = 0$ et $f = 0$. Le couple (Π, δ) est une représentation cyclique.

Exemple 2 : Soient π une représentation unitaire irréductible de G et a un vecteur non nul de $\mathcal{H}_{\pi}^{-\infty}$, alors le couple (π, a) est une représentation cyclique : en effet, soit v non nul dans $\mathcal{H}_{\pi}^{-\infty}$, l'ensemble $\{\pi(g)v/g \in G\}$ est un sous-ensemble G -invariant de $\mathcal{H}_{\pi}^{\infty}$ total dans $\mathcal{H}_{\pi}$; il est donc total dans $\mathcal{H}_{\pi}^{\infty}$ (cf. [Po] Corol. 3.4).

1.3. Coefficients des représentations :

1.3.1 Soient G un groupe de Lie et π une représentation unitaire de G dans un Hilbert $\mathcal{H}_{\pi}$.

Définition : A tout couple (a, b) d'éléments de $\mathcal{H}_{\pi}^{-\infty}$, on associe une fonction généralisée sur G , appelée coefficient de π en (a, b) , notée $T_{a,b}^{\pi}$ et définie par $\forall \mu \in \mathcal{M}_c^{\infty}(G) \quad (T_{a,b}^{\pi}, \mu) = \langle \pi(\mu)a, b \rangle$.

Rappelons que l'application : $(\mu, a, b) \mapsto \langle \pi(\mu)a, b \rangle$ est bien définie de $\mathcal{M}_c^{\infty}(G) \times \mathcal{H}_{\pi}^{-\infty} \times \mathcal{H}_{\pi}^{-\infty}$ dans $\mathbb{C}$ car $\pi(\mu)a$ est dans $\mathcal{H}_{\pi}^{\infty}$; elle est séparément continue par rapport à μ , a et b ; le coefficient $T_{a,b}^{\pi}$ dépend linéairement de a et antilinéairement de b .

Lemme 1.3.1 : Avec les notations précédentes ainsi que celles de 1.1, soient a et b dans $\mathcal{H}_{\pi}^{-\infty}$ et σ une involution de G ; on a, pour g dans G

- a) $T_{a,b}^\pi \circ \lambda(g^{-1}) = T_{a,\pi(g)b}^\pi$
- b) $T_{a,b}^\pi \circ \rho(g^{-1}) = T_{\pi(g)a,b}^\pi$
- c) $T_{a,b}^\pi \circ J = T_{b,a}^{\bar{\pi}}$
- d) $T_{a,b}^\pi \circ \sigma = T_{a,b}^{\pi^\sigma}$

Démonstration : Comme l'application : $(\mu, a, b) \mapsto \langle \pi(\mu)a, b \rangle$ est séparément continue et que $\mathcal{H}$ est dense dans $\mathcal{H}_\pi^\infty$, il suffit de vérifier ces égalités pour a et b dans $\mathcal{H}$. Dans ce cas, les fonctions généralisées sont de "vraies" fonctions et les égalités sont claires.

1.3.2 Dans le cas de représentations unitaires irréductibles d'un groupe compact, les coefficients vérifient les relations d'orthogonalité de Schur. Voici un résultat qui permet, dans certains cas, de suppléer à l'absence de telles relations pour un groupe de Lie quelconque.

Lemme 1.3.2 : Soient G un groupe de Lie, π et π' deux représentations unitaires irréductibles de G , a et b deux éléments de $\mathcal{H}_\pi^\infty$ et a' et b' deux éléments de $\mathcal{H}_{\pi'}^\infty$;

a) Si les coefficients $T_{a,b}^\pi$ et $T_{a',b'}^{\pi'}$ sont égaux, alors π est équivalente à π' .

b) Dans ce cas, si U est une équivalence unitaire entre π et π' (en particulier, $U(\mathcal{H}_\pi^\infty) = \mathcal{H}_{\pi'}^\infty$, et U se prolonge en un isomorphisme U_∞ de $\mathcal{H}_\pi^\infty$ dans $\mathcal{H}_{\pi'}^\infty$) alors il existe un nombre complexe λ non nul tel que $U_\infty(a) = \bar{\lambda} a'$ et $U_\infty(b) = \lambda^{-1} b'$.

Démonstration : Comme a et b sont non nuls, on peut trouver μ_1 et μ_2 dans $\mathcal{M}_c^\infty(G)$ tels que $c = \pi(\mu_1)a$ et $d = \pi(\mu_2)b$ soient tous deux non nuls. Notons alors $c' = \pi'(\mu_1)a'$ et $d' = \pi'(\mu_2)b'$. On a alors $T_{c,d}^\pi = T_{c',d'}^{\pi'}$; en effet, pour μ dans $\mathcal{M}_c^\infty(G)$,

$$(T_{c,d}^\pi, \mu) = \langle \pi(\mu)\pi(\mu_1)a, \pi(\mu_2)b \rangle = \langle \pi(\mu_2^* * \mu * \mu_1)a, b \rangle$$

ce qui, par un calcul analogue égale $(T_{c',d'}^{\pi'}, \mu)$. Mais c et d sont dans $\mathcal{H}_\pi$ et c' et d' sont dans $\mathcal{H}_{\pi'}$; $T_{c,d}^\pi$ et $T_{c',d'}^{\pi'}$ s'identifient à des fonctions continues sur G ;

ESPACES SYMÉTRIQUES EXPONENTIELS

donc on a, pour tout g dans G $\langle \pi(g)c, d \rangle = \langle \pi'(g)c', d' \rangle$.

Considérons alors la somme directe $\pi \oplus \pi'$, représentation de G d'espace $\mathcal{H}_\pi \oplus \mathcal{H}_{\pi'}$. Si π et π' ne sont pas équivalentes, le commutant $\mathcal{C}(\pi \oplus \pi')$ est de dimension 2 : une base en est donnée par les projecteurs orthogonaux sur $\mathcal{H}_\pi$ et $\mathcal{H}_{\pi'}$. Donc l'algèbre de Von Neumann engendrée par $(\pi \oplus \pi')(G)$ est $\mathcal{L}(\mathbb{I}_\pi) \oplus \mathcal{L}(\mathbb{I}_{\pi'})$. Or, pour tout g dans G , on a l'égalité :

$$\langle (\pi \oplus \pi')(g)(c \oplus (-c')), d \oplus d' \rangle = 0$$

Cette égalité reste vraie sur l'algèbre de Von Neumann engendrée par $(\pi \oplus \pi')(G)$ ([Dil] Chap. 1 §3 Corol. 1 p. 44) ; donc, pour A dans $\mathcal{L}(\mathcal{H}_\pi)$ et B dans $\mathcal{L}(\mathcal{H}_{\pi'})$, on a $\langle (A \oplus B)(c \oplus (-c')), d \oplus d' \rangle = 0$ soit :

$$\langle A(c), d \rangle = \langle B(c'), d' \rangle$$

ce qui mène à une contradiction si on choisit A tel que $A(c) = d$ et B tel que $B(c') = 0$. Donc π et π' sont équivalentes.

b) Quitte à remplacer a par $U_\infty(a)$ et b par $U_\infty(b)$, on se ramène au cas où $\pi = \pi'$. Choisissons encore $c = \pi(\mu_1)a$ et $d = \pi(\mu_2)b$ non nuls ; on a, pour tout g dans G $\langle \pi(g)c, d \rangle = \langle \pi(g)c', d' \rangle$. Or l'algèbre de Von Neumann engendrée par $\pi(G)$ est $\mathcal{L}(\mathcal{H}_\pi)$. Comme en a), l'égalité se prolonge à $\mathcal{L}(\mathcal{H}_\pi)$ et on a pour tout A dans $\mathcal{L}(\mathcal{H}_\pi)$ $\langle Ac, d \rangle = \langle Ac', d' \rangle$. Si c' n'est pas colinéaire à c , on peut choisir A de sorte que $Ac = d$ et $Ac' = 0$; ceci mène à une contradiction. Donc il existe λ dans $\mathbb{C}^*$ tel que $c' = \bar{\lambda}^{-1}c$ et $d' = \lambda d$.

Supposons que l'on ait $a \neq \bar{\lambda}a'$, soit alors μ_1' dans $\mathcal{M}_c^\infty(G)$ tel que, d'une part $\pi(\mu_1')a \neq 0$, et d'autre part $\pi(\mu_1')(a - \bar{\lambda}a') \neq 0$. Le raisonnement précédent prouve qu'il existe λ' dans $\mathbb{C}$ tel que $\pi(\mu_1')a = \bar{\lambda}'\pi(\mu_1')a'$ et $\pi(\mu_2)b' = \lambda'\pi(\mu_2)b$. Cette dernière égalité, comparée à $d' = \lambda d$ et $d \neq 0$, donne $\lambda' = \lambda$ d'où $\pi(\mu_1')(a - \bar{\lambda}a') = 0$. Contradiction. Donc $a = \bar{\lambda}a'$ et de même $b = \lambda^{-1}b'$.