INTERDIRE LA QUADRATURE DU CERCLE À L'ACADÉMIE : UNE DÉCISION AUTORITAIRE DES LUMIÈRES ?

MARIE JACOB

RÉSUMÉ. — L'Académie royale des sciences frappe d'interdit la quadrature du cercle en 1775. Au travers d'exemples issus de manuscrits de l'époque, nous replaçons dans leurs contextes historiques les arguments présentés par l'Académie pour justifier sa décision : à savoir le mythe d'un prix pour récompenser la découverte de la quadrature du cercle et une conviction, issue de l'expérience, de l'inutilité de critiquer les quadratures. Nous donnons un aperçu de l'importance de la place occupée par les écrits sur la quadrature au XVIII^e siècle, véritable phénomène de société auquel dut faire face l'Académie. En étudiant les circonstances de la naissance du prix *Rouillé de Meslay*, nous fournissons une explication au mythe d'un prix pour la quadrature. Une lecture attentive des rapports académiques sur les quadratures met en lumière deux courants opposés parmi les académiciens : les uns, menés par d'Alembert, prônant l'interdiction, les autres, inspirés par les Lumières, voulant éduquer les quadrateurs. Nous montrons comment, dans ce contexte, l'Académie met en place une stratégie de réponses graduées aux quadrateurs et nous analysons les réactions suscitées par cette stratégie, en particulier la nature des arguments sur lesquels se fondent les contestataires.

Texte reçu le 21 janvier 2002, révisé le 19 mars 2004.

M. JACOB, Lycée Clemenceau, 130 rue de Neuilly, 93250 Villemomble (France).
Courrier électronique : marie.jacob@ac-creteil.fr

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A50.

Mots clés : Histoire de la quadrature du cercle, Académie royale des sciences, Lumières, XVIII^e siècle.

Key words and phrases. — History of the quadrature of the circle, Royal Academy of Sciences (Paris), Enlightenment, 18th century.

ABSTRACT (The Banning of Circle Squaring by the French Royal Academy : an Authoritarian Decision of Enlightenment?)

In 1775, the French Royal Academy decided to bar circle squaring. Using examples drawn from original manuscripts, we put into their historical context the arguments given by the Academy to justify its decision: i) the myth of a prize rewarding the discovery of circle squaring and ii) the academicians' conviction, resulting from their experience, that criticizing circle squarers was useless. We show the important place occupied throughout the 18th century, by papers on circle squaring, a subject defining a real social phenomenon the Academy had to face. The circumstances surrounding the creation of the Rouillé de Meslay Prize explain such a myth. A careful reading of the Academy's reports on circle squaring highlights two opposing currents of thought among academicians: some, led by d'Alembert, advocated banning the subject, while others, inspired by Enlightenment ideals, sought to educate circle squarers. We show how, in this context, the Academy implemented a strategy of graduated responses to circle squarers, and we study the reactions this strategy elicited, particularly the nature of the arguments used by those who contested the Academy's judgment.

Abréviations utilisées

MARS : Histoire de l'Académie royale des sciences avec les mémoires de mathématique et de physique tirés des registres de cette Académie, Paris.

P.-V. : Procès-verbaux manuscrits des séances de l'Académie royale des sciences, conservés aux Archives de l'Académie, Paris.

INTRODUCTION

« La quadrature du cercle ou la manière de faire un carré dont la surface soit parfaitement & géométriquement égale à celle d'un cercle, est un problème qui a occupé les mathématiciens de tous les siècles ». C'est ainsi que d'Alembert [art. « cercle », *Encyclopédie*, II, 1752, p. 835a] définit le problème qui continua, au moins de façon indirecte, à occuper les mathématiciens après le xviii^e siècle, puisqu'ils furent confrontés à la difficulté de montrer l'impossibilité du problème : c'est-à-dire qu'il n'est pas possible de construire à la règle et au compas un carré de même surface qu'un cercle donné ou encore qu'il n'y a pas de mesure commune entre la surface du cercle de rayon l'unité et celle du carré. En effet pour résoudre le problème, il faudrait connaître le côté a du carré de même surface qu'un cercle de rayon 1. En appelant π le rapport de la circonférence du cercle à son diamètre, comme on le fait depuis le xviii^e

siècle, l'égalité des aires ci-dessus se traduit par $a^2 = \pi$. Il faudrait donc construire, à la règle et au compas, une droite de longueur $a = \sqrt{\pi}$. Or, au XIX^e siècle, Pierre Laurent Wantzel établira le lien entre constructibilité et algébricité : un nombre est constructible s'il est algébrique sur $\mathbb{Q}$ et son degré est deux. Finalement, Ferdinand Lindemann prouvera la transcendance de π [Jones & Pearson 1991].

Faute d'évaluation rationnelle exacte, l'une des premières approximations établie rigoureusement appartient aux mathématiques grecques : Archimède, successeur d'Euclide, établit à l'aide de polygones inscrits et circonscrits que le nombre que nous appelons π est compris entre $3 + \frac{10}{71}$ et $3 + \frac{1}{7}$. De l'Antiquité à la fin du XVII^e siècle, de nombreux savants ont enrichi cette recherche et amélioré l'encadrement. Le courant d'approximation initié par Archimède perdure encore au XXI^e siècle, avec la course informatique aux décimales de π dans le cadre d'enjeux cryptographiques. Si cet enjeu calculatoire débute avec Archimède, il ne connaîtra un véritable essor qu'au XVII^e siècle, avec l'école hollandaise de mathématiques qui l'inscrit dans le cadre plus vaste d'établissement de tables trigonométriques. Les calculateurs de décimales de π prennent souvent comme point de départ la critique d'une quadrature : en réfutant une fausse quadrature, Adrien Métius aurait trouvé $\frac{355}{113}$ pour approximation de π . Christian Huygens a publié sa *Cyclométrie* en réaction à la quadrature de Grégoire de Saint-Vincent, parue en 1647. Si, jusqu'au XVIII^e siècle, les travaux sur la quadrature étaient essentiellement l'œuvre de savants, au siècle des Lumières apparaît un phénomène nouveau, une sorte de démocratisation du problème : les auteurs de quadratures ne sont plus forcément des savants, mais issus de toutes les couches de la société du XVIII^e siècle, ils sont diversement cultivés.

Par commodité nous appellerons *quadratureurs* les auteurs de quadratures qui ne sont pas données comme des approximations de π , mais comme des constructions ou des évaluations exactes du rapport π de la circonférence du cercle à son diamètre. Contrairement à l'usage du XVIII^e siècle, nous dénuons toutefois ce terme de toute nuance péjorative ou ironique.

L'histoire des résultats qui conduisent à l'impossibilité de la quadrature du cercle a suscité de nombreux ouvrages¹. Cependant le

¹ Voir par exemple [ADCS 1972], [Hobson 1969], [Delahaye 1997] ou [Jesseph 1999].

phénomène des quadrateurs au XVIII^e siècle n'a jamais été appréhendé pour lui-même, mais seulement marginalement, comme les bizarreries de quelques personnages isolés. Nous avons étudié en détail [Jacob 2002, chap. I et IV] ce phénomène social qui oppose *a priori* quadrateurs et savants, entre 1685, l'année de la première quadrature évoquée à l'Académie², et 1793, année de la dernière séance de l'Académie royale. Nous nous proposons dans cet article d'étudier les réactions de l'Académie face à ce phénomène nouveau, l'acte ultime consistant à interdire la quadrature du cercle. Nous analyserons les circonstances qui entourent la décision de 1775 de ne plus examiner les mémoires ayant trait à ce problème et, en particulier, nous expliquerons pourquoi celle-ci n'est intervenue que tardivement, alors que, dès 1701, l'Académie était persuadée de l'impossibilité de la quadrature du cercle. En effet, on peut lire dans les *Mémoires* de cette Académie [MARS 1701, p. 79] ce qui suit :

« Si les Géomètres osaient se prononcer sans des démonstrations absolues, et qu'ils se contentassent de vraisemblances les plus fortes, il y a longtemps qu'ils auraient décidé tout d'une voix que la quadrature du cercle est impossible. »

Une décision académique inaccoutumée

Près de trois quarts de siècle plus tard, l'Académie prend donc une décision inaccoutumée en frappant d'interdit la quadrature du cercle (ainsi que la trisection de l'angle et le mouvement perpétuel). Comment une institution réputée pour le sérieux et la pondération de ses jugements en vient-elle à une telle extrémité ? Une première explication se trouve dans l'*Histoire des recherches sur la quadrature du cercle* [Montucla 1754] : son auteur, Jean-Étienne Montucla, annonce que l'un des buts de son ouvrage est d'endiguer le flot des prétendues quadratures. En effet, au XVIII^e siècle, l'Académie des sciences est le lieu par excellence où il convient de faire approuver sa quadrature du cercle. Avides de reconnaissance, les quadrateurs adressent donc leurs mémoires à l'Académie en tant que référence en matière de jugement sur les sciences.

L'objectif assigné à cette institution lors de sa création en 1666, était l'amélioration des sciences et des techniques. La qualité des recherches

² Dans les Procès-verbaux manuscrits des séances de l'Académie, conservés aux Archives de l'Académie, on peut lire, séance du 3/02/1685, fol. 119 : « Monsieur Cassini a fait voir la fausseté de la quadrature du cercle de Mr de Messange ».

accomplies par les académiciens (dont Huygens, Picard, Roberval) fournit assez vite à l'institution une autorité incontestée. « L'Académie devient le tribunal de la science » [Demeulenaere 1998, p. 12], tribunal dont le rôle sera reconnu par les savants eux-mêmes [Hahn 1969] : ainsi en 1673, le Père Pardies dédicace ses *Œuvres mathématiques* [Pardies 1725] à l'Académie en ces termes :

« À Messieurs de l'Académie Royale
Messieurs

Mon dessein n'est pas seulement de vous dédier cet ouvrage comme à de puissants protecteurs ; mais c'est de vous le présenter comme à des Juges Souverains [...]. Si les lois du Royaume ne vous ont point donné cette juridiction, vous l'avez, Messieurs de votre propre mérite et à considérer les personnes qui la composent, nous pouvons dire que ce n'est pas seulement une assemblée de ce qu'il y a de plus habile en Europe, mais que c'est une cour souveraine. »

L'approbation de l'Académie conférait donc à un auteur la meilleure garantie possible de la validité de son travail. C'est pourquoi les quadratures du cercle affluent à l'Académie, qui est ainsi amenée à examiner un très grand nombre de mémoires sur le sujet. À partir de 1740, le phénomène est si important qu'il impose à l'Académie d'organiser peu à peu une réaction. La décision de 1775 de ne plus rien examiner sur la quadrature en marque l'ultime étape.

La formulation de la décision

On trouve mention de l'interdit académique à propos de la quadrature du cercle dans le registre manuscrit des procès-verbaux³ pour la séance du 3 mai 1775, lors de laquelle la résolution a été prise. Les termes en sont les suivants :

« À l'occasion du mémoire de M. de la Frainaye, il a été mis en question si on continuerait de recevoir et d'examiner des mémoires sur ce sujet et sur quelques autres semblables dont l'examen emploie sans aucun fruit un temps considérable. Sur quoi l'Académie ayant été aux voix il a été décidé que désormais l'Académie ne recevrait ni n'examinerait aucun mémoire qui ait pour objet la quadrature du cercle. »

Revenons sur les faits. Le sieur de la Frainaye, de son état valet de chambre du duc d'Orléans, s'était entiché de quadrature du cercle. Bien

³ Cette décision a été publiée dans les MARS 1775, partie Histoire, p. 61–66. Pour l'organisation du fonctionnement de l'Académie, on pourra se reporter à [Hahn 1969] ou [Brian & Demeulenaere 1996].