

# SOMMAIRE DU N° 116

---

<b>SMF</b>	
Mot du Président .....	3
<b>MATHÉMATIQUES</b>	
Le jeu de taquin de Schützenberger, <i>Chr. Reutenauer</i> .....	5
Spectre du laplacien et de l'opérateur de Schrödinger sur une variété, <i>O. Lablée</i> .....	11
<b>MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE</b>	
Les mathématiques de la linguistique computationnelle – II, <i>Chr. Retoré</i> .....	29
<b>ENSEIGNEMENT</b>	
Pourquoi un socle de la Licence de Mathématiques ? <i>J.-P. Borel</i> .....	65
Pour un socle de la licence de Mathématiques .....	68
<b>INFORMATIONS</b>	
Compte-rendu sur la campagne PEDR 2007 pour les mathématiques, <i>P. Auscher, M. Kern</i> .....	73
<b>CARNET</b>	
Michel Kervaire (26 avril 1927 – 19 novembre 2007), <i>S. Eliahou, P. de la Harpe,</i> <i>J.-C. Hausmann, C. Weber</i> .....	77
<b>LIVRES</b> .....	83

# Éditorial

---

*La Gazette entame une réflexion sur sa fonction et son rôle, en veillant à rester en accord avec les valeurs et principes de fonctionnement généraux de notre Société. L'une des difficultés majeures auxquelles se trouvent confrontées la science et les mathématiques contemporaines est celle de l'accessibilité de leurs contenus : accessibilité au grand public, mais également accessibilité aux mathématiciens eux-mêmes, qui peuvent chaque jour constater les obstacles qui existent à la communication d'un domaine de recherche à l'autre.*

*Sans prétendre à un rôle de diffusion des savoirs trop ambitieux, qu'elle ne pourrait remplir, sans prétendre non plus se substituer à l'effort nécessaire que notre communauté doit entreprendre, la Gazette peut et doit contribuer à améliorer la vision d'ensemble que les mathématiciens ont de leur communauté de recherche et de savoir. Bien entendu, ce rôle a toujours existé, mais il nous a paru utile de le renforcer en encourageant désormais la parution d'articles courts (autour de 6 pages, guère plus), mettant en avant, de façon accessible, une grande idée mathématique, ses tenants et aboutissants. Christophe Reutenauer a accepté de se livrer, le premier, à cet exercice délicat, en nous présentant le jeu de taquin de Schützenberger – une construction dont la définition est élémentaire, mais aux conséquences surprenantes pour la théorie des représentations et la combinatoire algébrique.*

*Toujours au titre des contenus mathématiques, ce numéro accueille un article d'Olivier Lablée, qui présente un panorama à la fois historique et actuel sur l'étude du laplacien et de l'opérateur de Schrödinger sur une variété, tandis que Christian Retoré conclut, avec un second volet, sa présentation des mathématiques de la linguistique computationnelle. Au titre de la rubrique enseignement, nous publions, sous la coordination de Frédérique Petit, un dossier sur les conclusions de la commission chargée, à l'initiative des trois sociétés savantes (SMF, SMAI, SFdS), de réfléchir à la formulation d'un socle commun pour les programmes des Licences de mathématiques.*

*Quelques nouvelles, en conclusion, du Comité de Rédaction. Laurent Berger nous quitte : c'est l'occasion, pour nous, de le remercier pour le travail accompli. Enfin, comme annoncé dans les numéros précédents, la Gazette se dote désormais d'une direction bicéphale, les signataires de cet éditorial ayant convenu, avec l'accord de la Société, de partager les tâches de la Rédaction en chef.*

— Zidine Djadli, Frédéric Patras

## Mot du Président

---

Je remercie tous ceux qui ont signé la pétition<sup>1</sup> en faveur de notre collègue tchadien Ibni Oumar Mahamet Saleh, enlevé le 3 février 2008, et dont nous sommes toujours sans nouvelles à l'heure où nous mettons sous presse ; les mathématiciens français ont largement répondu à cet appel, et notre pétition a maintenant une diffusion internationale. Nos sociétés savantes resteront vigilantes, et prêtes à d'autres types d'action si elles s'avéraient utiles.

Les mathématiques en France ont été de nouveau mises à l'honneur avec le prix Abel décerné à Jacques Tits (professeur au collège de France) et la « Clay Award » à Claire Voisin (IHÉS), et nous les félicitons chaleureusement !

Ceci confirme une fois de plus la place des mathématiques françaises dans le monde : quels que soient les critères d'excellence choisis, elles sont au deuxième rang dans l'absolu, et au premier si l'on tient compte de la taille de la population. Cette situation est cependant précaire pour au moins deux raisons :

– ces dernières années, les universités ont redéployé des postes d'enseignant-chercheur de mathématiques vers d'autres disciplines. Le nombre de postes en mathématiques n'a pu être maintenu qu'avec l'apport des postes étiquetés recherche ; or ces postes n'existent plus, et l'autonomie des universités risque d'accélérer le mouvement de redéploiements.

– les nombreuses réformes lancées ou annoncées par nos dirigeants partent de l'affirmation que la science française n'est pas au niveau international qu'elle mérite et que des changements, inspirés par les systèmes étrangers, sont donc nécessaires. Cette prémisse est peut-être vraie dans certains domaines, mais certainement pas en mathématiques. Sans refuser toute forme de réforme, nous devons appeler à ne pas détruire sans discernement ce qui fonctionne bien. Les mathématiques peuvent même légitimement, sans arrogance ni triomphalisme, proposer leur mode de fonctionnement, souvent atypique et parfois incompris, comme source d'inspiration pour les évolutions futures. C'est l'un des messages que nous essayons de faire passer lors des rencontres que la SMF, la SFP et la SFC ont avec les conseillers ministériels ou présidentiels.

Le 24 mars 2008  
*Stéphane Jaffard*

---

<sup>1</sup> <http://smf.emath.fr/PetitionSaleh/>

# Printemps des Mathématiques Yellow Sale 2008

## Du 1er mars au 31 juillet 2008



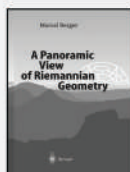
### Parmi les titres soldés :

#### Analyse mathématique IV

Intégration et théorie spectrale, analyse harmonique, le jardin des délices modulaires

R. Godement

2003. XII, 599 p., Broché  
 ISBN 978-3-540-43841-0 ► € 45,-  
 Prix Yellow Sale ► € 31,60



#### A Panoramic View of Riemannian Geometry

M. Berger

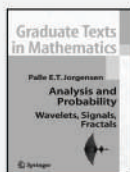
1st ed. 2003. Corr. 2nd printing 2003. XXIII, 826 p. 424 illus., Hardcover  
 ISBN 978-3-540-65317-2 ► € 63,25  
 Prix Yellow Sale ► € 34,76

Plus de 300 titres en mathématiques à des tarifs exceptionnels !

#### Analysis and Probability

Wavelets, Signals, Fractals

P.E.T. Jorgensen



2006. XLVII, 276 p. 58 illus. Hardcover (Graduate Texts in Mathematics, Vol. 234)  
 ISBN 978-0-387-29519-0 ► € 45,31  
 Prix Yellow Sale ► € 26,32

Retrouvez plus d'informations sur la campagne, le catalogue complet et la liste des libraires participants sur : [springer.com/booksales](http://springer.com/booksales)

Pour commander, contactez votre libraire ou à défaut ► par courrier : Springer Distribution Center • Haberstr. 7 • 69126 Heidelberg, Allemagne ► Tél. : 00800 777 46 437 n° vert gratuit ► Fax: +49 (0) 6221 - 345 - 4229

► Email: [SDC-bookorder@springer.com](mailto:SDC-bookorder@springer.com) • Prix TTC en France. Pour les autres pays, la TVA locale est applicable.

Les prix indiqués et autres détails sont susceptibles d'être modifiés sans avis préalable.

013586x

# MATHÉMATIQUES

---

## Le jeu de taquin de Schützenberger

Christophe Reutenauer<sup>1</sup>

---

Le jeu de taquin, au sens où on l'entend ici, a été introduit par Schützenberger [1] dans les années 70, au cours de ses recherches sur les tableaux de Young, la transformation de Robinson-Schensted, les relations de Knuth et leur interprétation algébrique, le monoïde plaxique<sup>2</sup> de Lascoux et Schützenberger. Le jeu de taquin se définit et s'étudie de manière élémentaire et sa beauté intrinsèque un peu magique se révèle aisément à tout mathématicien. Il comporte les traits typiques du génie schützenbergien, à savoir des subtilités d'ordre combinatoire mélangées à des incidences algébriques. Le jeu de taquin a permis à Schützenberger de donner une des deux premières preuves complètes de la profonde règle de Littlewood-Richardson (l'autre preuve, apparue au même moment, est due à G.P. Thomas [4]). Cette règle, énoncée dans les années 30, permet de multiplier les fonctions de Schur et de calculer les produits tensoriels externes des représentations du groupe symétrique, et par conséquent a aussi des applications en physique théorique.

Ceci constitue un sujet moins élémentaire, que nous essaierons de présenter sans trop rentrer dans les détails spécialisés. Nous utiliserons pour la règle de Littlewood-Richardson le formalisme des fonctions symétriques, dont une base sur  $\mathbb{Z}$  est formée par les fonctions de Schur  $s_\lambda$ , indexées par les partages<sup>3</sup>. Les fonctions de Schur sont en bijection avec les représentations irréductibles des groupes symétriques et les représentations polynomiales irréductibles des groupes linéaires. On a donc  $s_\mu s_\nu = \sum c_{\mu\nu}^\lambda s_\lambda$  et ce sont les entiers naturels  $c_{\mu\nu}^\lambda$  que calcule la règle de Littlewood-Richardson.

### 1. Jeu de taquin

Une *forme* est une partie finie et convexe<sup>4</sup> de  $\mathbb{Z}^2$ , muni de son ordre naturel. Un *tableau* est une bijection croissante  $F \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ , où  $F$  est une forme de cardinalité  $n$ . Un *coin inférieur* d'une forme  $F$  est un élément  $u$  de  $\mathbb{Z}^2 \setminus F$  tel que  $F \cup \{u\}$  soit convexe et qu'il existe  $v \in F$  tel que  $u < v$ . Voir la figure 1, où les éléments de  $\mathbb{Z}^2$  et de  $F$  sont représentés par des cases, et le tableau  $T$  par le contenu des cases.

---

<sup>1</sup> Université du Québec à Montréal.

<sup>2</sup> L'adjectif « plaxique » est forgé du grec et signifie « des tableaux ».

<sup>3</sup> Un *partage* de  $n$  est un multi-ensemble d'entiers strictement positifs dont la somme vaut  $n$ . On dit aussi souvent *partition*.

<sup>4</sup> Une partie  $P$  d'un ensemble ordonné  $E$  est *convexe* si :  $\forall x, z \in P, \forall y \in E, x \leq y \leq z \Rightarrow y \in P$ .