Revue d'histoire des mathématiques 29 (2023), p. 145–232 doi:10.24033/rhm.309

## DES MÉTHODES POUR RÉSOUDRE LES PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE DANS LES OUVRAGES DE L'ENSEIGNEMENT PRÉPARATOIRE AU XIX° SIÈCLE EN FRANCE

## Guillaume Moussard

Résumé. — Le XIX<sup>e</sup> siècle est celui d'une forte structuration de l'enseignement dans les lycées, où se développent des classes préparatoires aux concours des écoles du gouvernement, École polytechnique en tête. Cet article, issu d'un travail de thèse, recense et analyse la présence, dans les ouvrages de l'enseignement préparatoire français du XIX<sup>e</sup> siècle, de propos concernant la ou les méthodes à suivre pour résoudre un problème de géométrie. Le champ de l'étude est limité à la géométrie élémentaire et à la géométrie analytique. De façon différente dans l'un et l'autre de ces domaines, la résolution des problèmes prend une importance croissante, et certains enseignants auteurs entreprennent de munir leur lecteur de moyens de résolution. Nous analysons ce phénomène des points de vue quantitatif et qualitatif.

Abstract (Methods for solving geometry problems in preparatory textbooks in 19th-century France)

The 19th century was marked by a strong structuring of teaching in high schools, where preparatory classes were developed for government school competitions, led by the École polytechnique. This paper, based on a thesis work,

Texte reçu le 8 février 2019, revisé le 18 mai 2023, accepté pour publication le 16 janvier 2024.

G. Moussard, Lycée Jean Perrin, 13010 Marseille, France.

Courrier électronique : moussardguillaume@yahoo.fr

Classification mathématique par sujets (2000): 01A55, 97-03.

Mots clefs: Méthode, histoire des mathématiques, histoire de l'enseignement, géométrie, classes préparatoires, École polytechnique, lieux géométriques, transformations, manuel scolaire, géométrie élémentaire, géométrie analytique, XIX<sup>e</sup> siècle, géométrie moderne, problèmes.

Key words and phrases. — Method, history of mathematics, history of teaching, geometry, preparatory classes, Polytechnic school, geometric loci, transformations, textbook, elementary geometry, analytical geometry, 19th century, modern geometry, problems.

146 G. MOUSSARD

identifies and analyses the presence, in the books of French preparatory education of the 19th century, of statements concerning the methods to be followed to solve a problem of geometry. The scope of the study is limited to elementary and analytical geometry. In different ways in each of these areas, problem solving became increasingly important, and some teacher-authors undertook to equip their readers with the means of solving them. We analyse this phenomenon both quantitatively and qualitatively.

## INTRODUCTION

Ce texte étudie la présence, dans les ouvrages d'enseignement préparatoire de la géométrie élémentaire et de la géométrie analytique en France au XIX<sup>e</sup> siècle, de discours sur la ou les méthode(s) à suivre pour la résolution des problèmes, c'est-à-dire de propos qui indiquent une marche à suivre pour résoudre une catégorie, plus ou moins précisément identifiée, de problèmes.

En effet, les problèmes prennent une place et une importance croissantes dans l'enseignement de la géométrie tout au long du siècle [Moussard 2017]. Dès lors, certains auteurs de manuels présentent, analysent, structurent des méthodes avec l'intention explicite de munir le lecteur de moyens pour faire face à un exercice pédagogique qui va prendre une importance de premier plan : résoudre seul des problèmes.

Si l'intérêt des enseignants pour les problèmes, et pour les méthodes, pourra, le cas échéant, être rattaché à des conceptions épistémologiques ou pédagogiques propres sur l'enseignement des mathématiques, nous verrons que la motivation principale de cet intérêt reste la pression exercée par les examens et concours. Car l'enseignement préparatoire aboutit à un concours où les mathématiques jouent le rôle principal et dont la forme est avant tout orale. Il concerne les candidats à l'École polytechnique, créée au lendemain de la Révolution, à l'École normale, dont le concours d'accès est tenu pour la première fois en 1818, et peu à peu à d'autres écoles dites du gouvernement<sup>1</sup>. L'enseignement préparatoire, essentiellement scientifique et surtout mathématique, est hébergé dans les Lycées, aussi appelés Collèges royaux selon la conjoncture politique, en marge des études classiques [Belhoste 2001]. Il est très centralisé à Paris, où les Lycées sont peu à peu secondés par des institutions privées où les élèves sont hébergés et entraînés à répéter leurs leçons, institutions qui pourront prendre leur complète autonomie après la loi Falloux de 1850.

<sup>1</sup> L'École spéciale militaire de Saint-Cyr en 1818, l'École forestière en 1825, l'École navale à partir de 1830, l'École centrale des arts et manufactures après 1857, et enfin l'Institut national d'agronomie à partir de 1888.

Tout au long de ce XIX° siècle, le cadre universitaire, qui englobe les Lycées, reste assez stable, avec ses disciplines, ses professeurs, ses établissements, ses programmes officiels, pas toujours suivis nous le verrons, sa structure administrative [Savoie 2013]. Il s'adresse à un public restreint et privilégié [Gispert 2014] : quelques milliers d'élèves à peine suivent un enseignement préparatoire [Belhoste 2001]. L'École polytechnique joue au sein de ce dernier un puissant rôle structurant, sur le plan institutionnel par la publication d'un programme d'admission qui définit les objectifs de l'enseignement préparatoire, et sur le plan scientifique par l'immense influence de ses professeurs. Nous verrons que de très nombreux auteurs des ouvrages que nous étudierons en sont issus.

Nous avons compulsé dans le cadre d'un travail de thèse [Moussard 2015] les ouvrages d'enseignement de géométrie de niveau préparatoire afin de repérer les discours sur la méthode en lien avec la résolution de problèmes. Pour constituer notre corpus, nous avons utilisé la liste officielle des ouvrages autorisés pour l'enseignement publiée jusqu'en 1850, et la très riche bibliographie d'un ouvrage particulier dans son édition de 1896, les Exercices de géométrie de Frère Gabriel Marie. Néanmoins le résultat obtenu s'est avéré incomplet, et nous avons recouru à des recherches systématiques à partir de mots clefs dans le fonds de la Bibliothèque Nationale de France. Une telle étude systématique est inédite, même s'il existe des études partielles [Barbin 2012; Lorenat 2019] et de nombreux ouvrages présentés ici n'ont jamais fait l'objet d'un travail historique. Ce sont des ouvrages de cours, mais aussi des recueils de problèmes. Ils sont souvent adressés aux élèves préparationnaires, même si leur public peut être plus large. Soit en aval, pour la géométrie élémentaire enseignée dans les classes antérieures. Soit en amont, car les auteurs s'adressent également à leurs collègues.

En effet, il faut garder à l'esprit qu'un professeur choisit un ouvrage de référence pour faire son cours, qui est bien entendu le sien lorsqu'il est aussi auteur. Les professeurs usagers d'un ouvrage adressent volontiers leurs commentaires à l'auteur, susceptible de les prendre en compte dans les éditions ultérieures. Cela signifie qu'un ouvrage d'enseignement constitue dans bien des cas un reflet instructif des cours dispensés [Schubring 1987], par des professeurs appartenant à un réseau resserré et actif [Barbin 2017]. En cela, l'étude des manuels d'enseignement ouvre une porte d'accès, parmi d'autres, à la compréhension du déroulement des cours dans les classes. Le choix d'un manuel de référence dans les classes est contrôlé par l'administration, qui publie jusqu'au milieu du siècle la liste officielle des ouvrages autorisés [Choppin 1986; Giraud 1851], liste

148 G. MOUSSARD

à laquelle appartiennent le plus souvent les ouvrages que nous mentionnerons. D'ailleurs, jusque dans les années 1830, les programmes officiels consistent en de simples renvois à des ouvrages particuliers [Belhoste 1995]. Parfois, le fait que des auteurs soient également des membres des jurys d'examen a pu soulever des conflits d'intérêt [Belhoste 2002, p. 8].

Nous avons donné, lorsque c'était possible, des éléments biographiques sur les auteurs des manuels, dressant par là un panorama partiel, mais sans doute assez représentatif, des enseignants en classes préparatoires, et de leurs parcours de carrière.

La question de la méthode possède de nombreuses significations en mathématiques, et l'histoire très internaliste des méthodes géométriques qu'a proposée l'ouvrage de Julian Lowell Coolidge [Coolidge 1947] ne répond pas à la question de savoir ce que désigne la notion de méthode en géométrie. Le questionnement abordé ici se place du point de vue de l'enseignement, mais il ne porte pas sur la méthode que choisit un auteur pour construire son cours, à savoir les principes qu'il retient, l'ordre d'exposition des théorèmes, la nature même des démonstrations qu'il expose, autant de choix essentiels et difficiles pour qui rédige un ouvrage d'enseignement. Notre travail porte sur un autre sujet, à savoir sur la façon dont cet auteur munit explicitement son lecteur de moyens d'aborder et de résoudre seul un problème nouveau. Cela nous a amené à écarter de notre étude les intéressantes questions, par exemple, du traitement de l'incommensurable ou encore de l'acceptation du mouvement en géométrie. Nous serons amenés, comme cela a été fait récemment dans un ouvrage sur la généralité [Chemla et al. 2016], à nous intéresser aux différentes valeurs que les auteurs attribuent à la méthode en géométrie : généralité, uniformité, efficacité, simplicité, fécondité ou encore élégance.

Ces valeurs nous fournissent des indications sur les conceptions des auteurs sur la géométrie et son enseignement. Même si, encore une fois, c'est la réussite aux concours qui guide avant tout leurs préoccupations. Aux concours des Écoles du gouvernement, il faut d'ailleurs ajouter, et peut-être même de façon encore plus importante, le concours général [Champion 1975]. Celui-ci revêt un grand prestige, pour ses lauréats, comme pour leurs établissements et leurs professeurs respectifs. Ainsi un éminent auteur, Antoine Reynaud, polytechnicien, professeur à l'École polytechnique et surtout examinateur d'admission, annonce-t-il dans la préface de son recueil de deux cents énoncés de problèmes qu'il a « cherché à préparer les élèves aux concours généraux » [Reynaud & Duhamel 1823, p. 5]. Autre élément qui atteste de l'importance de premier plan de ce concours, la parution en 1831 des premiers programmes détaillés pour

les Collèges de Paris et de Versailles, « pour rendre uniforme l'enseignement des sciences [et] faciliter les compositions du concours général » [Belhoste 1995, p. 130]. Il est essentiel de relever ici que l'enjeu de la réussite à ce concours n'est pas de restituer un contenu défini à l'avance, mais bien de savoir résoudre un problème nouveau, et cela change profondément la perspective des enseignants qui préparent les futurs candidats, mis en situation de trouver par eux-mêmes.

Sur le plan des recherches géométriques, les questions de méthode sont ravivées au tournant du XIX<sup>e</sup> siècle par les travaux de Gaspard Monge [Sakarovitch 1998], qui prône l'utilisation conjointe des méthodes analytiques et géométriques. Ses héritiers, Carnot, Brianchon, Poncelet, ou Chasles, s'emploieront à développer des théories géométriques susceptibles de rivaliser avec l'analyse [Chemla 2016; Nabonnand 2011a;b] qui avait dominé les travaux mathématiques du siècle précédent, théories bientôt qualifiées de « géométrie moderne », et comprenant des notions nouvelles comme les transversales, les pôles et les polaires, les axes radicaux, ou le rapport anharmonique [Nabonnand 2006]. Cette géométrie moderne n'apparaîtra jamais dans les programmes de la période étudiée ici, ni aucune considération sur la notion de méthode de résolution des problèmes. C'est-à-dire que l'objet de notre étude reste en-dehors de toute instruction à caractère officiel, d'où des façons à la fois libres et diverses de s'en saisir de la part des auteurs qui choisissent de traiter des méthodes.

Enfin, nous nous sommes restreints dans ce travail à la géométrie élémentaire et à la géométrie analytique, couvrant ainsi un champ déjà très large<sup>2</sup>. Si nous focalisons notre étude sur les ouvrages d'enseignement préparatoire, nous serons néanmoins amenés pour en comprendre les innovations et les modifications à explorer certains travaux influents des géomètres du siècle. Nous limitons, enfin, notre période d'étude entre la création des Lycées en 1802, et la réforme de l'enseignement moderne en 1891 qui introduit des conceptions nouvelles qui mèneront aux profondes réformes de 1902-1905 [Belhoste 1990].

L'article est organisé en deux parties. La première concerne la géométrie élémentaire. Nous montrons comment se développe tout au long du siècle un intérêt croissant des enseignants pour la question de la méthode pour résoudre les problèmes, et comment cet intérêt croissant s'accompagne d'une modification conceptuelle essentielle de la notion même de

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> L'enseignement de la géométrie descriptive a été étudié ailleurs autour d'autres questions [Barbin 2015; 2019]. Par ailleurs, nous abordons peu l'introduction du calcul différentiel en géométrie, et renvoyons pour cela à un travail de thèse qui étudie en détail les ouvrages d'enseignement de l'analyse au XIX<sup>e</sup> siècle [Renaud 2017].