P. TORASSO

La formule de Poisson-Plancherel pour un groupe presque algébrique à radical abélien : cas où le stabilisateur générique est réductif

Mémoires de la S. M. F. 2e série, tome 41-42 (1990)

<http://www.numdam.org/item?id=MSMF_1990_2_41-42__1_0>

Mémoire de la Société Mathématique de France, n° 41-42
Supplément au Bulletin de la S.M.F.
Tome 118, 1990, fascicule 2

LA FORMULE DE POISSON-PLANCHEREL POUR UN GROUPE PRESQUE ALGÉBRIQUE A RADICAL ABÉLIEN : CAS OÙ LE STABILISATEUR GÉNÉRIQUE EST RÉDUCTIF

P. TORASSO

URA CNRS D 1322 *"Groupes de Lie et Géométrie"*
Département de Mathématiques
UFR Sciences de l'Université de POITIERS
40, Avenue du Recteur Pineau
F-86022 POITIERS CEDEX

RÉSUMÉ :

La formule de Poisson-Plancherel, conjecturée par M. Vergne et dont nous donnons une forme plus précise dans l'introduction, détermine la mesure de Plancherel d'un groupe de Lie au voisinage de l'élément neutre. Nous établissons cette conjecture dans le cas précisé par le titre de cet article. Cela nous amène à introduire et étudier des intégrales orbitales, non pas seulement sur l'algèbre de Lie comme dans le cas réductif, mais aussi et surtout sur le dual de celle-ci. Cette étude se fait d'une part en montrant l'existence d'une classe particulière de polynômes invariants sous l'action co-adjointe et d'autre part en établissant un résultat d'estimation a priori de type L^1 pour des fonctions C^∞ dans une chambre de Weyl d'un sous-système de racines. De plus les propriétés de ces intégrales orbitales sont moins plaisantes que dans le cas réductif, si bien que nous devons établir la formule sommatoire de Poisson pour une classe de fonction de plusieurs variables présentant des singularités importantes.

POISSON-PLANCHEREL FORMULA FOR QUASI-ALGEBRAIC GROUPS WITH ABELIAN NILRADICAL : THE CASE OF REDUCTIVE GENERIC STABILIZER

ABSTRACT :

The Poisson-Plancherel formula which gives the Plancherel measure of a Lie group near its neutral element, was conjectured by M. Vergne. We give a more precise statement of this conjecture in the introduction of this paper and then prove it in the case announced in the title. In order to do that, we introduce and study orbital integrals, not only on the Lie algebra itself (this was sufficient in the reductive case) but also on the dual space of the Lie algebra. To study these orbital integrals, we prove firstly the existence of a class of polynomials which are invariant under the coadjoint action, and secondly a L^1-type a priori estimates for functions which are C^∞ on a Weyl chamber for a roots subsystem. The properties of these orbital integrals being not so simple as in the reductive case, we need and prove the Poisson's summation formula for a class of functions with great singularities.

Texte reçu le 9 janvier 1989, révisé le 8 septembre 1989.

SOMMAIRE

§ I - INTRODUCTION

Considérons un groupe presque algébrique, c'est-à-dire un triplet $(\mathbf{G},j,G)$, où $\mathbf{G}$ est un groupe algébrique défini sur $\mathbb{R}$, G un groupe de Lie réel séparable, et j un morphisme de groupes de Lie de G dans $\mathbf{G}$ dont l'image soit un sous-groupe ouvert du groupe des points réels de $\mathbf{G}$ et dont le noyau soit un sous-groupe discret central de G. Nous supposons de plus que G est unimodulaire.

Soit $\mathfrak{g}$ l'algèbre de Lie de G. Rappelons qu'une forme linéaire f sur $\mathfrak{g}$ est dite très régulière si elle est régulière, auquel cas son stabilisateur $\mathfrak{g}(f)$ dans $\mathfrak{g}$ est commutatif, et si, de plus, l'unique facteur réductif $\mathfrak{j}_f$ de $\mathfrak{g}(f)$, qui est un tore algébrique, est de dimension maximale. On note $\mathfrak{g}^*_r$ l'ensemble des formes très régulières sur $\mathfrak{g}$, lequel est un ouvert de Zariski de $\mathfrak{g}^*$, et $\mathrm{car}(\mathfrak{g})$ l'ensemble des $\mathfrak{j}_f$ pour f parcourant $\mathfrak{g}^*_r$. Les éléments de $\mathrm{car}(\mathfrak{g})$ sont appelés "sous-algèbres de Cartan-Duflo" de $\mathfrak{g}$; les raisons ayant dicté le choix d'une telle dénomination sont expliquées dans le § III. On note $\mathrm{Car}(G)$ un système de représentants des classes de G-conjugaison des éléments de $\mathrm{car}(\mathfrak{g})$, lesquelles sont en nombre fini. Si $\mathfrak{j}$ est un élément de $\mathrm{car}(\mathfrak{g})$, $\mathfrak{g}^*_{r,\mathfrak{j}}$ désigne le sous-ensemble de $\mathfrak{g}^*_r$ constitué des formes linéaires f telles que $\mathfrak{j}_f$ soit G-conjugué à $\mathfrak{j}$; alors $\mathfrak{g}^*_{r,\mathfrak{j}}$ est un ouvert et $\mathfrak{g}^*_r$ est la réunion disjointe des $\mathfrak{g}^*_{r,\mathfrak{j}}$ pour $\mathfrak{j}$ parcourant $\mathrm{Car}(G)$. Si $\mathfrak{j}$ appartient à $\mathrm{car}(\mathfrak{g})$ on note $\mathfrak{h}_\mathfrak{j}$ son centralisateur dans $\mathfrak{g}$, $H_\mathfrak{j}$ (resp. $H'_\mathfrak{j}$) son centralisateur (resp. normalisateur) dans G, et $W_\mathfrak{j}$ le groupe quotient $H'_\mathfrak{j}/H_\mathfrak{j}$, lequel est d'ordre fini. Alors $\mathfrak{h}^*_\mathfrak{j}$ s'identifie naturellement à un sous-espace de $\mathfrak{g}^*$, et, si on note $\mathfrak{h}^*_{j,r}$ son intersection avec $\mathfrak{g}^*_r$, toute G-orbite dans $\mathfrak{g}^*_{r,j}$ rencontre $\mathfrak{h}^*_{j,r}$ suivant une H'_j-orbite, si bien que pour décrire une partie G-invariante de $\mathfrak{g}^*_{r,j}$ il suffit de décrire son intersection avec $\mathfrak{h}^*_j$.

Soit f appartenant à $\mathfrak{g}^*$, $G(f)$ son stabilisateur dans G et $G(f)^f$ le revêtement métaplectique canonique de ce dernier, construit par M. Duflo dans [Du 1] (voir aussi le § IX). On note $X_G(f)$ l'ensemble des représentations unitaires irréductibles τ de $G(f)^f$ satisfaisant aux conditions suivantes :

(*i*) la restriction de τ à la composante neutre de $G(f)^f$ est multiple d'un caractère de celle-ci dont la différentielle est $if_{|\mathfrak{g}(f)}$

(*ii*) si ε désigne l'élément non trivial du noyau de la projection naturelle de $G(f)^f$ sur $G(f)$, on a

$$\tau(\varepsilon) = -\mathrm{Id}.$$

Le sous-groupe $\mathrm{Ker}j$ de G est contenu dans $G(f)$ et il se relève de manière naturelle en un sous-groupe de $G(f)^f$. Si χ est un élément de $\mathrm{Ker}j\hat{}$, le dual unitaire de $\mathrm{Ker}j$, on note $X_{G,\chi}(f)$ le sous-ensemble de $X_G(f)$ constitué des représentations satisfaisant à la condition supplémentaire :

(*iii*) $\tau(\gamma) = \chi(\gamma)\,\mathrm{Id}$, $\forall\gamma\in\mathrm{Ker}j$.

Soit χ appartenant à $\mathrm{Ker}j\hat{}$. On dit qu'une forme linéaire f sur $\mathfrak{g}$ est G-χ-admissible (resp. G-admissible) si $X_{G,\chi}(f)$ (resp. $X_G(f)$) est non vide ; en fait un élément f de $\mathfrak{g}^*$ est G-admissible si et seulement s'il existe χ appartenant à $\mathrm{Ker}j\hat{}$ tel que f soit G-χ-admissible. Nous noterons alors $\mathfrak{g}^*_{G,\chi}$ (resp. $\mathfrak{g}^*_G$) l'ensemble des formes linéaires sur $\mathfrak{g}$ qui sont très régulières et G-χ-admissibles (resp. G-admissibles).

On note E_G (resp. $\tilde{E}_G$) l'ensemble des éléments T de $\mathfrak{g}$ tels que $\exp_G T$ soit égal à 1 (resp. appartienne à $\mathrm{Ker}j$). Alors E_G (resp. $\tilde{E}_G$) est une partie G-invariante de $\mathfrak{g}$ constituée d'éléments elliptiques. On définit une fonction $\tilde{\imath}_G$ sur $\tilde{E}_G$, généralisant la fonction ζ_ρ définie lorsque G est réductif dans [Du-Ve], en décidant que, pour T appartenant à $\tilde{E}_G$, $\tilde{\imath}_G(T)$ est l'exponentielle de la demi-somme des valeurs propres λ de $\mathrm{ad}_{\mathfrak{g}}T$, telles que $i\lambda$ soit positif, comptées avec leur multiplicité, et, si χ est un élément de $\mathrm{Ker} j^{\wedge}$, on définit la fonction $\tilde{\chi}_G$ en posant, pour T appartenant à $\tilde{E}_G$,

$$\tilde{\chi}_G(T) = \tilde{\imath}_G(T)\,\chi(\exp T).$$

Alors si j appartient à $\mathrm{car}(\mathfrak{g})$, un élément f de $\mathfrak{h}_j^*$ est G-χ-admissible (resp. G-admissible) si et seulement si :

$$(*)\qquad \begin{array}{l} \tilde{\chi}_G(T) = e^{i\langle f,\, T\rangle}, \quad \forall T\in\tilde{E}_G\cap j \\ (\text{resp. } \tilde{\imath}_G(T) = e^{i\langle f,\, T\rangle} \quad \forall T\in E_G\cap j). \end{array}$$

Soit $\mathfrak{t}$ la partie anisotrope du tore algébrique j et $\mathfrak{t}(G)$ le sous-espace de $\mathfrak{t}$ engendré par $E_G\cap j$. Alors $\tilde{E}_G\cap j$ (resp. $E_G\cap j$) est un réseau de $\mathfrak{t}$ (resp. $\mathfrak{t}(G)$) noté $\tilde{\mathfrak{t}}_G$ (resp. $\mathfrak{t}_G$) et la restriction de $\tilde{\chi}_G$ (resp. $\tilde{\imath}_G$) à $\tilde{\mathfrak{t}}_G$ (resp. $\mathfrak{t}_G$) est un caractère de ce dernier, si bien que $\mathfrak{g}^*_{G,\chi}\cap\mathfrak{h}^*_j$ (resp. $\mathfrak{g}^*_G\cap\mathfrak{h}^*_j$) est un ouvert de

$$\bigcup_{\mu\in\tilde{\mathfrak{t}}^*_{G,\chi}} \mathfrak{t}^{\perp}_{\mu} \qquad (\text{resp. } \bigcup_{\mu\in\mathfrak{t}^*_{G,1}} \mathfrak{t}(G)^{\perp}_{\mu})$$

où, d'une part, $\tilde{\mathfrak{t}}^*_{G,\chi}$ (resp. $\mathfrak{t}^*_{G,1}$) est le translaté du réseau dual de $\tilde{\mathfrak{t}}_G$ (resp. $\mathfrak{t}_G$) constitué des formes linéaires sur $\mathfrak{t}$ (resp. $\mathfrak{t}(G)$) satisfaisant à la condition (*), et d'autre part, si E est un espace vectoriel dont F est un sous-espace, et si μ est une forme linéaire sur F, on note $F^{\perp}_{\mu}$ le sous-espace de E^* constitué des formes linéaires dont la restriction à F est μ. Pour être plus précis, pour tout μ élément de $\tilde{\mathfrak{t}}^*_{G,\chi}$ (resp. $\mathfrak{t}^*_{G,1}$), l'intersection de $\mathfrak{g}^*_{G,\chi}$ (resp. $\mathfrak{g}^*_G$) avec $\mathfrak{t}^{\perp}_{\mu}$ (resp. $\mathfrak{t}(G)^{\perp}_{\mu}$) est un ouvert de Zariski de celui-ci. Maintenant il résulte de la formule sommatoire de Poisson que la série

$$\sum_{T\in\tilde{\mathfrak{t}}_G} \tilde{\chi}_G(T)e^{i\langle f,\, T\rangle} \qquad (\text{resp. } \sum_{T\in\mathfrak{t}_G} \tilde{\imath}_G(T)e^{i\langle f,\, T\rangle})$$

converge dans l'espace des distributions tempérées sur $\mathfrak{h}^*_j$ vers une mesure de Radon sur cet espace, notée $m^j_{G,\chi}$ (resp. m^j_G), dont le support est

$$\bigcup_{\mu\in\tilde{\mathfrak{t}}^*_{G,\chi}} \mathfrak{t}^{\perp}_{\mu} \qquad (\text{resp. } \bigcup_{\mu\in\mathfrak{t}^*_{G,1}} \mathfrak{t}(G)^{\perp}_{\mu}),$$

sa restriction à chacun des sous-espaces affines $\mathfrak{t}^{\perp}_{\mu}$, $\mu\in\tilde{\mathfrak{t}}^*_{G,\chi}$ (resp. $\mathfrak{t}(G)^{\perp}_{\mu}$, $\mu\in\mathfrak{t}^*_{G,1}$) étant une mesure de Lebesgue. Alors la restriction de la mesure $m^j_{G,\chi}$ (resp. m^j_G) à $\mathfrak{h}^*_{j,r}$ est une mesure de Radon H'_j-invariante et, à ce titre, se prolonge de manière unique en une mesure de Radon G-invariante sur l'ouvert $\mathfrak{g}^*_{r,j}$, notée $m_{G,\chi,j}$ (resp. $m_{G,j}$) (voir le lemme 3 du § III et aussi le § IX). On prolonge alors les mesures $m_{G,\chi,j}$ et $m_{G,j}$ en des mesures boréliennes sur $\mathfrak{g}^*$ pour lesquelles le complémentaire de $\mathfrak{g}^*_{r,j}$ est négligeable, et on définit les mesures boréliennes positives et G-invariantes sur $\mathfrak{g}^*$, $m_{G,\chi}$ et m_G, en posant :

$$m_{G,\chi} = \sum_{j\in \mathrm{Car}(G)} m_{G,\chi,j} \qquad m_G = \sum_{j\in \mathrm{Car}(G)} m_{G,j}\,.$$

Notons Y_G l'ensemble des couples (f,τ) avec f élément de $\mathfrak{g}^*_G$ et τ de $X_G(f)$. Alors M. Duflo a défini une fonction ζ_G sur l'ensemble Y_G permettant de décrire la formule de Plancherel de G (voir [Du-3] V.5 theorem 40). On définit alors une fonction G-invariante, $q_{G,\chi}$, sur $\mathfrak{g}^*_{G,\chi}$, en posant :

$$q_{G,\chi}(f) = [G(f):\mathrm{Ker}\,j\;\overset{\circ}{G}(f)]^{-1} \sum_{\tau\in X_{G,\chi}(f)} (\dim\tau)^2\,\zeta_G(f,\tau), \quad \forall f\in\mathfrak{g}^*_{G,\chi}\,.$$

Remarquons que si f appartient à $\mathfrak{g}^*_G$, il existe un caractère χ_f de Kerj tel que f soit un élément de $\mathfrak{g}^*_{G,\chi_f}$ et, de plus, l'ensemble des éléments χ de Kerj^ ayant cette propriété est égal à la classe $\chi_f(\mathrm{Ker}j\cap\exp\mathfrak{t})^{\perp}$, où $(\mathrm{Ker}j\cap\exp\mathfrak{t})^{\perp}$ dèsigne le sous-groupe du groupe dual Kerj^ constitué des caractères triviaux sur $\mathrm{Ker}j\cap\exp\mathfrak{t}$. Comme Kerj est un groupe abélien discret dénombrable, $(\mathrm{Ker}j\cap\exp\mathfrak{t})^{\perp}$ est un groupe compact dont on note $d\chi$ la mesure de Haar de masse totale 1. On définit alors une fonction G-invariante q_G sur $\mathfrak{g}^*_G$ en posant :

$$q_G(f) = \int_{(\mathrm{Ker} j \cap \exp \mathfrak{t})^{\perp}} q_{G,\chi_f\chi}(f)\, d\chi, \qquad \forall f \in \mathfrak{g}_G^* .$$

Soit T un élément elliptique de $\mathfrak{g}$. Pour toute valeur propre λ de $\mathrm{ad}T$ on note $\mathfrak{g}_{\mathbb{C}}^{\lambda}$ le sous-espace propre correspondant dans $\mathfrak{g}_{\mathbb{C}}$, et on pose

$$\mathfrak{u}^+ = \bigoplus_{\lambda} \mathfrak{g}_{\mathbb{C}}^{\lambda} ,$$

la somme étant étendue aux valeurs propres λ de $\mathrm{ad}T$ telles que $i\lambda$ soit strictement positif ; alors $\mathfrak{u}^+$ est une sous-algèbre nilpotente de $\mathfrak{g}_{\mathbb{C}}$ qui, de plus, est $\mathfrak{g}_{\mathbb{C}}^{T}$-invariante, si bien que l'on peut définir un polynôme ω_T sur $\mathfrak{g}_{\mathbb{C}}^{T}$ en posant :

$$\omega_T(H) = \det_{\mathfrak{u}^+} \mathrm{ad}T, \qquad \forall T \in \mathfrak{g}_{\mathbb{C}}^{T} .$$

Dans ces conditions on définit une distribution tempérée G-invariante sur $\mathfrak{g}$, dont le support est contenu dans la G-orbite de T, et qui ne dépend que de cette dernière, en posant pour tout élément φ de $\mathscr{S}(\mathfrak{g})$:

$$M_{G,T}(\varphi) = (i/2\pi)^{d_T} \int_{G/G^T} \partial_{\pi_T}[\omega_T(H)\ \varphi(g.H)]\Big|_{\substack{H=T \\ H\in\mathfrak{g}^T}} dg,$$

où π_T est un élément de l'algèbre symétrique $S(\mathfrak{g}^T)$ dont la valeur en un élément f de $\mathfrak{g}^{T^*}$ est le pfaffien de la forme bilinéaire alternée κ_f^T, que ce dernier définit naturellement sur $\mathfrak{g}/\mathfrak{g}^T$, relativement à une forme volume bien choisie, et d_T est la dimension complexe de $\mathfrak{u}^+$ (voir le § V). En fait la distribution $M_{G,T}$ est non nulle seulement s'il existe une sous-algèbre de Cartan-Duflo de $\mathfrak{g}$ contenant T. On note $\Theta_{G,T}$ la transformée de Fourier de la distribution $M_{G,T}$.

Lorsque G est un groupe réductif la distribution $M_{G,T}$ est, à un facteur entier multiplicatif près, à savoir le nombre d'éléments de la G-orbite de T contenus dans une sous-algèbre de Cartan fondamentale fixée de $\mathfrak{g}$, égale à la distribution invariante construite à partir de l'intégrale invariante de Harish-Chandra, comme dans [Du-Ve] par exemple. D'autre part M. Duflo a défini dans [Du-2], lorsque G est un groupe algébrique complexe, une telle distribution dont $M_{G,T}$ est encore un multiple entier, le facteur multiplicatif étant ici le nombre d'éléments de $G.T$ contenus dans une sous-algèbre de Cartan-Duflo fixée de $\mathfrak{g}$. La raison pour laquelle il n'est pas possible de généraliser telle quelle la notion de distribution invariante introduite par les auteurs précédents, c'est qu'il n'existe pas de notion naturelle de sous-algèbre de Cartan-Duflo fondamentale, ni même de moyen naturel d'associer à un élément elliptique T de $\mathfrak{g}$ un élément de $\mathrm{Car}(G)$. Plus précisément, si on note $\mathrm{Car}^T(G)$ le sous-ensemble de $\mathrm{Car}(G)$ constitué des éléments rencontrant $G.T$, il y a en général dans $\mathrm{Car}^T(G)$ plusieurs éléments dont la partie anisotrope est de dimension maximale, et, si j est un tel élément , le cardinal de $G.T \cap j$ en dépend fortement. De plus les résultats que nous avons établis au § V montrent que ces éléments de $\mathrm{Car}^T(G)$ jouent tous le même rôle vis-à-vis de T.

Si Θ est une distribution tempérée sur $\mathfrak{g}$ nous noterons $\mathcal{F}_{\mathfrak{g}}\Theta$ sa transformée de Fourier.

Remarquons que l'écriture de la formule sommatoire de Poisson ayant servi, pour j appartenant à $\mathrm{car}(\mathfrak{g})$, à définir les mesures $m^j_{G,\chi}$ et m^j_G , aussi bien que la définiton des mesures $m_{G,\chi}$ et m_G , ou celles des distributions invariantes $M_{G,T}$ et de la transformation de Fourier $\mathcal{F}_{\mathfrak{g}}$, nécessitent un choix cohérent de mesures de Lebesgue sur $\mathfrak{g}$ et $\mathfrak{g}^*$, ainsi que sur certains de leurs sous-quotients. Ces choix sont expliqués dans le § II.

Nous pouvons maintenant énoncer la conjecture suivante qui précise une conjecture de M. Vergne [Ve-1].

Conjecture. *Soit* (G,j,G) *un groupe presque algèbrique et unimodulaire, et soit* χ *un caractère de* $\mathrm{Ker}\, j$. *Alors*

(i) $m_{G,\chi}$ *et* m_G *sont des mesures de Radon tempérées sur* $\mathfrak{g}^*$

(ii) a) les séries distributions,

$$(**) \quad \sum_{T\in \tilde{E}_G/G} \tilde{\chi}_G(T)\, M_{G,T} \quad \text{et} \quad \sum_{T\in E_G/G} \tilde{1}_G(T)\, M_{G,T}\ ,$$

convergent dans $\mathcal{S}'(\mathfrak{g})$ *vers des distributions notées respectivement* $V_{G,\chi}$ *et* V_G .

b) il existe un ouvert de Zariski V *de* $\mathfrak{g}^*$ *tel que* $V\cap\mathfrak{g}^*_{G,\chi}$ *(resp.* $V\cap\mathfrak{g}^*_G$*) soit de complémentaire* $m_{G,\chi}$*- (resp.* m_G*-) négligeable dans* $\mathfrak{g}^*_{G,\chi}$ *(resp.* $\mathfrak{g}^*_G$*), et que la fonction* $q_{G,\chi}$ *(resp.* q_G*) soit continue sur* $V\cap\mathfrak{g}^*_{G,\chi}$ *(resp.* $V\cap\mathfrak{g}^*_G$*). De plus les mesures* $q_{G,\chi}dm_{G,\chi}$ *et* $q_G dm_G$ *induisent des mesures de Radon tempérées sur* $\mathfrak{g}^*$.

c) on a les formules de Poisson-Plancherel pour le groupe (G,j,G)

$$\mathcal{F}_{\mathfrak{g}}\Big(\sum_{T\in\tilde{E}_G/G} \tilde{\chi}_G(T)\, M_{G,T}\Big) = q_{G,\chi}dm_{G,\chi}\ ,$$

et celle pour le groupe G,

$$\mathcal{F}_{\mathfrak{g}}\Big(\sum_{T\in E_G/G} \tilde{I}_G(T)\, M_{G,T}\Big) = q_G dm_G\ .$$

En particulier les distributions tempérées $V_{G,\chi}$ *et* V_G *sont de type positif.*

Cette conjecture a été démontrée, d'abord par M. Vergne, [Ve-2], dans le cas des groupes semi-simples connexes linéaires, puis par P. Dourmashkin, [Do], dans le cas des groupes connexes de type B_n, et, enfin, par M. Duflo et M. Vergne dans le cas semi-simple connexe. De plus M. Duflo a démontré une forme affaiblie de la conjecture pour un groupe algébrique complexe ; en particulier il n'a pas démontré la convergence dans $\mathcal{S}'(\mathfrak{g})$ des séries (**) (voir [Du-2]).

Dans ce travail nous démontrons la conjecture lorsque (G,j,G) est un groupe presque algébrique possédant les propriétés suivantes :

(*i*) le radical unipotent, N, de G est abélien

(*ii*) le quotient, G/N, est un groupe semi-simple, noté S

(*iii*) si $\mathfrak{n}$ désigne l'algèbre de Lie de N, on suppose que les sous-groupes d'isotropie dans S des éléments de $\mathfrak{n}^*$ sont génériquement réductifs, ou, ce qui revient au même (voir le § II), que les S-orbites dans $\mathfrak{n}^*$ sont génériquement fermées.

Le cas que nous considérons ici englobe celui que nous avons traité dans [To].