Mémoires
de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Numéro 114
Nouvelle série

MEASURED QUANTUM GROUPOIDS IN ACTION

Michel ENOCK

2 0 0 8

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
`smf@smf.univ-mrs.fr`

Hindustan Book Agency
O-131, The Shopping Mall
Arjun Marg, DLF Phase 1
Gurgaon 122002, Haryana
Inde

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
`www.ams.org`

Tarifs

Vente au numéro : 27 € ($ 40)
Abonnement Europe : 255 €, hors Europe : 290 € ($ 435)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat : Nathalie Christiaën

Mémoires de la SMF
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
`revues@smf.ens.fr` • `http://smf.emath.fr/`

ISSN 0249-633-X

ISBN 978-2-85629-265-5

Directrice de la publication : Aline BONAMI

MÉMOIRES DE LA SMF 114

MEASURED QUANTUM GROUPOIDS IN ACTION

Michel Enock

Société Mathématique de France 2008
Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

Michel Enock

Institut de Mathématiques de Jussieu, Unité Mixte Paris 6 / Paris 7 / CNRS de Recherche 7586, 175, rue du Chevaleret, Plateau 7E, F-75013 Paris.

E-mail : `enock@math.jussieu.fr`

2000 ***Mathematics Subject Classification.*** – 46L55, 46L89.

Key words and phrases. – measured quantum groupoids, actions, crossed-product, biduality theorem, depth 2 inclusions.

MEASURED QUANTUM GROUPOIDS IN ACTION

Michel Enock

Abstract. – Franck Lesieur had introduced in his thesis (now published in an expended and revised version in the *Mémoires de la SMF* (2007)) a notion of measured quantum groupoid, in the setting of von Neumann algebras and a simplification of Lesieur's axioms is presented in an appendix of this article. We here develop the notions of actions, crossed-product, and obtain a biduality theorem, following what had been done by Stefaan Vaes for locally compact quantum groups. Moreover, we prove that the inclusion of the initial algebra into its crossed-product is depth 2, which gives a converse of a result proved by Jean-Michel Vallin and the author. More precisely, to any action of a measured quantum groupoid, we associate another measured quantum groupoid. In particular, starting from an action of a locally compact quantum group, we obtain a measured quantum groupoid canonically associated to this action; when the action is outer, this measured quantum groupoid is the initial locally compact quantum group.

***Résumé* (Actions d'un groupoïde quantique mesuré).** – Frank Lesieur a introduit dans sa thèse (maintenant publiée dans une version révisée et complétée dans les *Mémoires de la SMF* (2007)) une notion de groupoïde quantique mesuré, dans le cadre des algèbres de von Neumann, et une simplification des axiomes de Lesieur est placée en appendice de cet article. Nous développons ici les notions d'action d'un groupoïde quantique mesuré, de produit-croisé et un théorème de bidualité est démontré, en s'inspirant largement de ce qui a été fait par Stefaan Vaes pour les groupes quantiques localement compacts. Ainsi, nous prouvons que l'inclusion de l'algèbre initiale dans son produit croisé est de profondeur 2, ce qui fournit une réciproque à un résultat démontré par Jean-Michel Vallin et l'auteur. De plus, à toute action d'un groupoïde quantique mesuré, on associe un autre groupoïde quantique mesuré ; ainsi, en particulier, on construit un groupoïde quantique mesuré associé canoniquement à toute action d'un groupe quantique localement compact ; quand cette action est extérieure, ce groupoïde quantique mesuré est le groupe quantique initial.

CONTENTS