

**DIMENSION TOPOLOGIQUE
ET SYSTÈMES DYNAMIQUES**

Michel Coornaert

Comité de rédaction

Jean-Benoît BOST
François LOESER

Joseph OESTERLÉ

Daniel BARLET (dir.)

Diffusion

Maison de la SMF
B.P. 67
13274 Marseille Cedex 9
France
smf@smf.univ-mrs.fr

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

EDP Sciences
17, avenue du Hoggar
91944 les Ulis cedex A
France
www.edpsciences.com

Tarifs 2005

Vente au numéro : 26 € (\$37)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat : Nathalie Christiaën

Cours Spécialisés
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
revues@smf.ens.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2005

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN 1284-6090

ISBN 2-85629-177-5

Directrice de la publication : Marie-Françoise ROY

COURS SPÉCIALISÉS 14

**DIMENSION TOPOLOGIQUE
ET SYSTÈMES DYNAMIQUES**

Michel Coornaert

Société Mathématique de France 2005

Pour ma fille Nathalie

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	xi
Première partie	
Dimension topologique	1
1. Dimension d'un espace topologique	3
1.1. Définition de la dimension topologique	3
1.2. Dimension des sous-espaces fermés	7
1.3. Dimension des espaces connexes	8
1.4. Dimension des espaces métriques compacts	9
1.5. Espaces normaux	11
1.6. Dimension des espaces normaux	13
1.7. Le théorème de l'union dénombrable	16
1.8. Dimension des sous-espaces d'un espace métrisable	18
Notes sur le chapitre 1	19
Exercices sur le chapitre 1	20
2. Espaces de dimension nulle	23
2.1. L'ensemble de Cantor	23
2.2. Espaces éparpillés	26
2.3. Éparpillement des espaces de dimension 0	28
2.4. Espaces de Lindelöf	29
2.5. Espaces totalement discontinus	34
2.6. Espaces totalement séparés	35
2.7. Espaces séparés compacts de dimension 0	37
2.8. Espaces métrisables séparables de dimension 0	38
2.9. Espaces compacts métrisables de dimension 0	38
Notes sur le chapitre 2	39
Exercices sur le chapitre 2	40

3. Dimension des polyèdres	41
3.1. Complexes simpliciaux de \mathbb{R}^n	41
3.2. Étoiles ouvertes	44
3.3. Subdivisions barycentriques	45
3.4. Le lemme de Lebesgue	50
3.5. Complexes simpliciaux abstraits	54
Notes sur le chapitre 3	55
Exercices sur le chapitre 3	56
4. Dimension et applications	57
4.1. Partitions de l'unité dans les espaces normaux	57
4.2. Nerf d'un recouvrement	59
4.3. Applications α -compatibles	60
4.4. Applications ε -injectives	62
4.5. Définition de $\dim_\varepsilon(X, d)$	64
4.6. Plongements euclidiens des espaces de dimension finie	65
Notes sur le chapitre 4	68
Exercices sur le chapitre 4	69
5. Quelques contre-exemples	71
5.1. L'ensemble des points rationnels de l'espace de Hilbert	71
5.2. L'éventail de Knaster-Kuratowski	74
5.3. Un espace dénombrable connexe et séparé	76
5.4. La planche de Tychonoff	78
Notes sur le chapitre 5	82
Exercices sur le chapitre 5	82
Deuxième partie	
Dimension topologique moyenne	85
6. Dimension topologique moyenne	87
6.1. Joint de deux recouvrements	87
6.2. Suites sous-additives	88
6.3. Définition de la dimension topologique moyenne	89
6.4. Premières propriétés	91
6.5. Interprétation métrique	93
Notes sur le chapitre 6	95
Exercices sur le chapitre 6	96
7. Décalages et sous-décalages	97
7.1. Décalages	97
7.2. Décalages sur les polyèdres	99
7.3. Dimension projective moyenne d'un sous-décalage	101
7.4. Sous-décalages de type fini	102
7.5. Sous-décalages de type bloc	103

7.6. Construction de sous-décalages de dimension topologique moyenne donnée	104
Notes sur le chapitre 7	107
Exercices sur le chapitre 7	107
8. Plongements dans les décalages	109
8.1. Généralités	109
8.2. Plongements dans les décalages	110
8.3. Le théorème de Jaworski	112
8.4. Contre-exemples de Lindenstrauss-Weiss	114
Notes sur le chapitre 8	120
Exercices sur le chapitre 8	121
Bibliographie	123
Index	127

