

MÉMOIRES DE LA S. M. F.

MASAKI KASHIWARA

PIERRE SCHAPIRA

**Moderate and formal cohomology associated
with constructible sheaves**

Mémoires de la S. M. F. 2^e série, tome 64 (1996)

http://www.numdam.org/item?id=MSMF_1996_2_64__1_0

© Mémoires de la S. M. F., 1996, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mémoires de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Memoires/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Moderate and formal cohomology associated with constructible sheaves

Masaki KASHIWARA¹

Pierre SCHAPIRA²

Abstract — On a complex manifold X , we construct the functors $\cdot \overset{w}{\otimes} \mathcal{O}_X$ and $\mathcal{T}hom(\cdot, \mathcal{O}_X)$ of formal and moderate cohomology from the category of $\mathbb{R}$ -constructible sheaves to that of $\mathcal{D}_X$ -modules. It allows us to treat functorially and in a unified manner C^∞ functions, distributions, formal completion and local algebraic cohomology.

The behavior of these functors under the usual operations on $\mathcal{D}$ -modules is systematically studied, and adjunction formulas for correspondences of complex manifolds are obtained.

This theory provides a natural tool to treat integral transformations with growth conditions such as Radon, Poisson and Laplace transforms.

Résumé — Sur une variété complexe X , nous construisons les foncteurs $\cdot \overset{w}{\otimes} \mathcal{O}_X$ et $\mathcal{T}hom(\cdot, \mathcal{O}_X)$ de cohomologie formelle et modérée de la catégorie des faisceaux $\mathbb{R}$ -constructibles à valeurs dans celle des $\mathcal{D}_X$ -modules. Cela permet de traiter fonctoriellement et de manière unifiée les fonctions C^∞ , les distributions, la complétion formelle et la cohomologie locale algébrique.

On étudie systématiquement le comportement de ces foncteurs pour les opérations usuelles sur les $\mathcal{D}$ -modules, et on obtient des formules d'adjonction pour les correspondances de variétés complexes.

Cette théorie fournit les outils naturels pour traiter les transformations intégrales avec conditions de croissance comme les transformations de Radon, Poisson et Laplace.

AMS Subject Classification Index: 58G99, 46F20, 18E30, 32S60.

¹Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University, Kyoto 606, Japan

²Institut de Mathématiques, Université Paris VI, Case 247, 4 Place Jussieu 75252 Paris, France, schapira@mathp6.jussieu.fr

Contents

Introduction	1
1 Functors on $\mathbb{R}$ -Constructible Sheaves	3
2 The Functors $\cdot \overset{w}{\otimes} \mathcal{L}_X^\infty$ and $\mathcal{T}hom(\cdot, Db_X)$	11
3 Operations on $\cdot \overset{w}{\otimes} \mathcal{L}_X^\infty$	17
4 Operations on $\mathcal{T}hom(\cdot, Db_X)$	25
5 The functors $\cdot \overset{w}{\otimes} \mathcal{O}_X$ and $\mathcal{T}hom(\cdot, \mathcal{O}_X)$	29
6 Duality Theorem	39
7 Adjunction Formulas	43
8 $\mathcal{O}_X$ -Modules of Type FN or DFN	45
9 Proof of Theorem 7.3	49
10 Integral Transformations	53
A Almost Free Resolutions	61

