

SÉMINAIRES ET CONGRÈS 13

**GROUPES DE GALOIS  
ARITHMÉTIQUES ET  
DIFFÉRENTIELS**

édité par

**Daniel Bertrand**

**Pierre Dèbes**

Société Mathématique de France 2006

*D. Bertrand*

Institut de Mathématiques de Jussieu (UMR 7586), Université Pierre et Marie Curie, Case 247, 4 Place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France.

*E-mail* : `bertrand@math.jussieu.fr`

*P. Dèbes*

Laboratoire Paul Painlevé (UMR 8524), U.F.R. Mathématiques, Université Lille 1, 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France.

*E-mail* : `Pierre.Debes@univ-lille1.fr`

---

**Classification mathématique par sujets (2000).** — 03B35, 11Fxx, 11Gxx, 11R58, 11Yxx, 12Exx, 12Fxx, 12Gxx, 12Hxx, 12Jxx, 13Nxx, 14Dxx, 14-04, 14F05, 14Gxx, 14Hxx, 18A25, 20B05, 20Cxx, 20D25, 20Exx, 20Fxx, 20Gxx, 20Jxx, 32J25, 32S40, 33C05, 34Axx, 34M55, 35Cxx, 53Cxx, 65E05, 65Y20, 68Q15.

**Mots clefs.** — Algorithmes, correspondance de Riemann-Hilbert, dessins d'enfants, équations différentielles  $p$ -adiques, espaces de Hurwitz, formes modulaires, géométrie anabélienne, groupe de Galois différentiel, groupe fondamental, groupes de tresse, espaces de modules, problème de Galois inverse, revêtement des courbes, théorie de Galois, tours modulaires.

---

# GROUPES DE GALOIS ARITHMÉTIQUES ET DIFFÉRENTIELS

édité par Daniel Bertrand, Pierre Dèbes

**Résumé.** — Ce volume constitue les actes du colloque sur les groupes de Galois arithmétiques et différentiels qui s'est déroulé au CIRM de Luminy (France) du 8 au 13 Mars 2004. Le but était de rendre compte du rapprochement en cours entre les deux théories, et de le développer. Le volume, à l'image du colloque, aborde des thèmes communs aux deux théories : espaces de modules (de courbes, de revêtements, de connexions), questions arithmétiques (corps de définition, théorie de la descente), groupes fondamentaux, problèmes inverses, méthodes de déformation, calculs et réalisations explicites de groupes de Galois, aspects algorithmiques.

**Abstract (Arithmetic and differential Galois groups).** — On March 8-13, 2004, a meeting was organized at the Luminy CIRM (France) on arithmetic and differential Galois groups, reflecting the growing interactions between the two theories. The present volume collects the proceedings of this conference. It covers the following themes: moduli spaces (of curves, of coverings, of connexions), including the recent developments on modular towers; the arithmetic of coverings and of differential equations (fields of definition, descent theory); fundamental groups; the inverse problems and methods of deformation; and the algorithmic aspects of the theories, with explicit computations or realizations of Galois groups.



## TABLE DES MATIÈRES

|   |     |
|---|-----|
| <b>Résumés des articles</b> .....   | ix  |
| <b>Abstracts</b> .....  | xv  |
| <b>Préface</b> .....  | xxi |
| <br>  |     |
| M. BERKENBOSCH — <i>Algorithms and Moduli Spaces for Differential Equations</i> .....                           | 1   |
| 1. Field extensions for Riccati solutions .....   | 1   |
| 2. Algorithms for finding the pullback function .....   | 19  |
| 3. A generalization of Klein’s theorem .....  | 27  |
| References .....  | 37  |
| <br>  |     |
| M. BERKENBOSCH & M. VAN DER PUT — <i>Families of linear differential equations on the projective line</i> ..... | 39  |
| 1. Introduction .....   | 39  |
| 2. The Singer condition .....   | 40  |
| 3. Families of differential equations .....   | 44  |
| 4. Proof of Singer’s theorem for families .....   | 54  |
| 5. Non-constructible sets $X(= G)$ .....  | 61  |
| References .....  | 67  |
| <br>  |     |
| P. BOALCH — <i>Brief introduction to Painlevé VI</i> .....  | 69  |
| 1. Introduction .....   | 69  |
| 2. Monodromy and actions of the fundamental group of the base .....   | 71  |
| 3. Main example: the $P_{VI}$ fibrations .....  | 71  |
| 4. Algebraic solutions .....  | 73  |
| Appendix A: Riemann–Hilbert map .....   | 75  |
| Appendix B: connections on fibre bundles .....  | 76  |
| References .....  | 77  |
| <br>  |     |
| A. BUIUM — <i>Correspondences, Fermat quotients, and uniformization</i> .....                                   | 79  |