Revue d'histoire des mathématiques,
10 (2004), p. 107–134.

MÉCANIQUE ET GÉOMÉTRIE DANS LES ÉCRITS DE MÉCANIQUE DE JOHN WALLIS. LE CALCUL DU CENTRE DE GRAVITÉ

Luigi MAIERÙ (*)

RÉSUMÉ. — John Wallis publie entre 1669 et 1671 les trois parties de son traité de *Mécanique*, qu'il caractérise lui-même comme un traité de géométrie. La mécanique est située à l'intérieur de la géométrie, dont elle partage les méthodes, puisque les propriétés du mouvement sont démontrées *more geometrico*. Wallis veut fonder la mécanique sur de nouvelles bases. Pour cela, il y applique une méthode qu'il a élaborée dans l'*Arithmetica infinitorum*, en partant de la méthode des indivisibles de Cavalieri, et qu'il a déjà expérimentée en géométrie. La même démarche peut être mise en évidence dans la seconde partie du traité de *Mécanique*, où Wallis obtient d'abord les propriétés du centre de gravité dans le cadre de la méthode des indivisibles avant de calculer la position du centre lui-même.

ABSTRACT. — MECHANICS AND GEOMETRY IN JOHN WALLIS MECHANICAL WRITINGS. CALCULATING THE CENTER OF GRAVITY. — Between 1669 and 1671 John Wallis publishes the three parts of a treatise on mechanics, that he charaterizes as a *geometrical treatise*. Mechanics is to be considered inside geometry, to share its methods, since the properties of motion are demonstrated *more geometrico*. With this treatise, Wallis wants to put mechanics on new foundations. In order to obtain what he is aiming at, Wallis applies a method elaborated in his *Arithmetica Infinitorum*, where he started with the method of indivisibles by Cavalieri, and already tried out in geometry. He applies the same approach in the second part of his *Mechanics*, where the properties of the centre of gravity are first obtained in the context of the method of indivisibles and, next the position of the centre itself is calculated.

(*) Texte reçu le 3 septembre 2002, révisé le 8 octobre 2003.
L. MAIERÙ, Università della Calabria, Dipartimento di Matematica, 87036 Arcavacata di Rende, Cosenza (Italie). Tél. 0039-0984-496440.
Courrier électronique : maieru@unical.it

Mots clés : Géométrie, mécanique, centre de gravité, moments, séries, Wallis.

Classification AMS : 01A51, 51-03, 70-03.

1. INTRODUCTION

La relation entre mécanique et géométrie traverse aussi bien l'histoire des mathématiques que l'histoire de la physique et, à certaines périodes, l'histoire de la philosophie. En concentrant notre attention sur la période qui va de la redécouverte des textes classiques et de leur traduction (celle de l'Humanisme) au développement de méthodes nouvelles (le XVII^e siècle), nous arrivons à mettre en évidence différentes lignes de développement constitutives d'une telle relation. Je fais ici allusion à certaines études où, à titre d'exemples, des éléments nouveaux apparaissent à travers de nouvelles lectures de problèmes anciens. Dans la période qui va de la moitié du XVI^e au début du XVIII^e siècle, on peut noter les étapes suivantes :

1) Suprématie de la traduction des classiques, en particulier des problèmes mécaniques que la tradition attribue à Aristote[1] et des traités mécaniques d'Archimède[2].

2) Délimitation des sujets que la tradition médiévale réservait déjà à la mécanique[3], comme la détermination du centre de gravité, la balance et les autres machines simples ou composées[4].

3) Reprise par Galilée et son école de questions fondamentales de la mécanique telles que le mouvement en général et le mouvement des corps en particulier. Aujourd'hui, si l'on veut saisir la nouveauté que constitue l'école galiléenne[5], il est indispensable de la confronter aux classiques.

[1] Voir [Piccolomini 1547]. Quelques années auparavant, Nicola Leonino Tomeo [1525] avait déjà proposé une édition des questions de mécanique attribuées à Aristote. Pour une vision globale des problèmes mécaniques d'Aristote, voir [Bottecchia Dehò 2000].

[2] Les traductions des œuvres d'Archimède sont nombreuses. Pour une vision générale, voir [Clagett 1984] et [Rose 1975]. Comme exemples de traductions, voir [Commandino 1965a].

[3] Voir en particulier [Commandino 1965b], [Del Monte 1577 et 1615], [Benedetti 1585]. À propos de Benedetti et la mécanique, voir [Helbing 1987] ; voir aussi [Fabri 1646].

[4] À cet égard, voir [Micheli 1995]. Pour l'étude du mouvement et celui des poids (*De ponderibus*), au Moyen Âge, voir [Clagett 1968] et [Sylla 1991].

[5] La littérature est très riche sur ce sujet. Je fais ici seulement référence à [Giusti 1981 et 1986], [Barbaro 1980], [Souffrin 1986], [Gapaillard 1992], [Di Girolamo 1999] et [Giacomelli 1949]. Pour l'école galiléenne, voir [Torricelli 1975]. Pour se rendre compte de la rupture que constitue Galilée, voir [Galluzzi 1979], [Giusti 1992], [Bellone 1983] et [Romeni 1989].

4) Relecture des anciens contenus de la mécanique[6] dans un contexte nouveau, constitué par les connaissances nouvellement acquises en mathématique et en physique. Dans ce contexte, plus que dans d'autres, la relation entre mécanique et géométrie se développe et s'affermit.

La *Mechanica* de John Wallis (1616–1703), professeur Savilien de géométrie à l'Université d'Oxford, de 1649 jusqu'à sa mort, s'insère dans cette dernière étape. Ce traité [Wallis 1695, p. 570–1063] a été rédigé en trois parties distinctes intitulées respectivement :

Mechanica, sive de motu, tractatus geometricus : pars prima (1669) ;
Mechanicorum, sive tractatus de motu : pars secunda (1670) ;
Mechanicorum, sive tractatus de motu : pars tertia (1671).

Celles-ci présentent respectivement la cinématique, le mouvement des corps et la balance (première partie), les propriétés et le calcul du centre de gravité (deuxième partie), les machines simples, les mouvements composés, l'hydrostatique et d'autres questions de mécanique (troisième partie).

Dans la dédicace à William Brouncker, Baron de Newcastle, Chancelier de la Reine et Président de la *Royal Society*, l'auteur met lui-même l'accent sur la première partie, dans laquelle il présente les fondements de la mécanique, et sur la deuxième, dans laquelle il traite du centre de gravité et de son calcul. Ce dernier est dit très compliqué, dans le cas de quelques figures curvilignes et de solides qui peuvent s'obtenir à partir de surfaces courbes [Wallis 1695, p. 573] ; Wallis ne fait pas allusion à la troisième partie qui, même si l'on considère que des sujets très divers y sont présentés, peut trouver facilement sa place au sein de la tradition. En lisant aujourd'hui tout le traité et en considérant la relation entre les trois parties, on a l'impression que Wallis veut donner une vision globale de tout ce qui, à l'époque, a affaire à la mécanique ; dans un certain sens, il veut la reconstituer, en n'omettant rien de ce que la tradition a transmis et en développant, en même temps, la partie qui a reçu, au cours du XVII^e^ siècle, des supports théoriques et pratiques pour la détermination du centre de

[6] Outre les traités de mécanique et plus spécifiquement de statique, on ne doit pas perdre de vue les présentations à forte connotation qualitative, ignorant totalement les aspects quantitatifs, des diverses thématiques appartenant à la philosophie naturelle ou physique. Traditionnellement, les présentations de type scolastique en font partie. Différents auteurs étudient cette démarche au XVI^e^ siècle. Voir [Dupleix 1690] à titre d'exemple ; la première édition date de 1603.

gravité des figures géométriques [7]. Parmi ces supports nouveaux, Wallis présente surtout l'élaboration de la méthode des indivisibles de Cavalieri et la découverte de nouvelles courbes (en particulier de la cycloïde), qui permettent d'obtenir de nouveaux solides de rotation. Le traité de Wallis peut donc être situé dans la problématique des rapports entre *veteres* et *recentiores*, anciens et modernes, distinction qui revient fréquemment sous la plume de Wallis. Elle souligne la différence surtout méthodologique entre les uns et les autres. Wallis l'utilise comme la plupart des modernes, pour mettre en évidence l'apport des *recentiores*[8]et la supériorité de leurs méthodes sur celles des anciens. Quand on lit la *Mechanica*, on ne peut pas faire abstraction des choix culturels et idéologiques de l'auteur, qui renverse la suprématie de la géométrie au profit de l'arithmétique et de l'algèbre.

2. LES FONDEMENTS DE LA MÉCANIQUE

Wallis précise en introduction le sens qu'il donne au terme de mécanique : il ne l'entend pas comme le recours à un instrument matériel, ni dans le sens que lui donne Archimède dans *La mesure du cercle*, où il cherche avec une méthode géométrique et des démonstrations adéquates les propriétés du cercle. Pour lui, la mécanique est cette partie de la géométrie qui s'occupe du mouvement et dont les propriétés sont démontrées de façon géométrique [Wallis 1695, p. 575]. Il précise que le mouvement doit être considéré comme local. Et pour ne pas créer de confusion avec les autres cas, il rappelle que le terme grec correspondant *forà* et le latin *latio* signifient transport [Wallis 1695, p. 575]. Il définit tous les termes liés au mouvement, tels que la force, le temps, la résistance, la longueur,

[7] À cet égard, nous rappelons en particulier les méthodes développées par Blaise Pascal dans ses mémoires «Méthode générale pour les centres de gravité de toutes sortes de lignes, de surfaces et de solides» et «La roulette et traités connexes» [Pascal 1954, p. 230–246, 258–267].

[8] Sur ce point, il est opportun de faire référence aux autres écrits de Wallis, en particulier à l'*Arithmetica infinitorum* (1656) [Wallis 1695, p. 354-478], dans laquelle l'auteur traduit la méthode des indivisibles de Cavalieri, connue à travers les œuvres de Torricelli, dans les termes de l'arithmétique (qui serviront aussi à construire sa méthode en mécanique). Wallis adapte l'usage qu'il fait des indivisibles aux buts qu'il vise. Voir aussi le traité sur la cycloïde et la cissoïde (1659) [Wallis 1695, p. 489–569]. Voir [Maierù 1994, p. 91–172] et [Maierù 1995 et 2000].

le moment, l'obstacle, la vitesse, la gravité, le poids, [...] [Wallis 1695, p. 575–579]. Il est donc évident que son point de référence n'est pas la mécanique des anciens (celle d'Aristote et de ses commentateurs latins, relus et commentés à l'Université de Padoue au cours du XVI^{e} siècle), mais bien celle qui commence avec les réflexions et les élaborations de Galilée et de son école. La mécanique est la science du mouvement, considérée dans ses expressions les plus diverses et, pour aller plus loin, la science de toutes les grandeurs qui sont liées au mouvement et à ses variations (vitesse, accélération, force, moment, [...]). Wallis présente d'abord les outils mathématiques indispensables à un développement géométriquement significatif du mouvement : le recours à la théorie des proportions, comme instrument d'un discours organique à l'intérieur de la géométrie, lui permet aussi bien d'exprimer sa méthode (qui consiste à traduire les proportions sous forme d'expressions arithmétiques) que de voir dans les mêmes proportions un instrument approprié pour exprimer les relations entre les grandeurs ou les quantités qui interviennent dans le mouvement[9].

Avant d'aller plus loin, il est nécessaire de faire quelques réflexions sur le sens du mot géométrie selon Wallis. En effet, ce terme pouvait alors prendre des nuances différentes. Par exemple, dans le commentaire de Giovanni Alfonso Borelli sur les *Éléments* d'Euclide[10], la géométrie est l'instrument logique indispensable pour lire la nature et le monde

[9] Wallis affirme que les démonstrations exprimées en langage arithmétique sont plus universelles, puisqu'elles sont valides pour toutes sortes de quantité. De plus, il estime plus puissantes les démonstrations qui s'expriment directement en termes d'une algèbre dite *speciosa*. Les propriétés des figures géométriques ne sont qu'un cas particulier, auquel les propositions universelles s'appliquent. Voici ce qu'en dit Wallis lui-même : « *Quod* demonstrationes, si tanquam Arithmeticæ habeantur, Universaliores sunt, & de quocunque Quantitatum genere pariter concludunt : *Si vero ad Lineas vel Parallelogramma speciatim respiciant ; de his solum directe concludunt [...] Ego interim,* utut Demonstrationes hujusmodi, prout Arithmeticæ speciosæ praxin directe respiciunt, (adeoque universaliores existunt), potiores existimem ; adeoque adscriptas figuras, non nisi unum aliquem ex moltis casum, qui sub Universali propositione continetur [...] exhibere : *[...]* » [Wallis 1695, p. 583].

J'ai choisi dans tout cet article de paraphraser, de résumer ou de traduire librement les citations de Wallis.

[10] Voir [Borelli 1658]. J'attire l'attention du lecteur sur l'adjectif *restitutus* que l'auteur associe dans le titre à Euclide. Borelli vise à dépasser la tradition et à retrouver la vraie pensée d'Euclide. Celle-ci peut se résumer par ces mots : la géométrie est la clé de lecture de la nature, c'est pour cela qu'elle doit s'adapter à la nature. Voir à ce propos [Maierù 1982, 1989 et 1994a].