

LA PROPORTIONNALITÉ NUMÉRIQUE DANS LE LIVRE VII DES ÉLÉMENTS DE CAMPANUS

Sabine Rommevaux (*)

RÉSUMÉ. — La version des *Éléments* d'Euclide de Campanus (XIII^e siècle) n'est pas une traduction mais une recension faite à partir de versions arabo-latines du XIII^e siècle et d'ouvrages originaux comme l'*Arithmétique* de Jordanus. L'étude de la théorie de la proportionnalité numérique du Livre VII montre la nature et l'ampleur du travail de Campanus sur le traité euclidien tel qu'il lui a été transmis. Nous verrons que ses réflexions s'inscrivent dans le projet euclidien lui-même qu'il cherche à expliciter et à renforcer, s'attachant tout particulièrement à la structure logique du traité. Pour cela, il dégage les notions fondamentales de cette théorie que sont les notions de « partie » et « parties » et introduit la notion médiévale de « dénomination d'un rapport numérique ».

ABSTRACT. — NUMERICAL PROPORTIONALITY IN BOOK VII OF CAMPANUS' *ELEMENTS*. — Campanus' 13th-century version of Euclid's *Elements* is not a translation but a comment written on the basis of Arabic and Latin 12th-century sources and original works such as Jordanus' *Arithmetic*. The study of numerical proportionality in Book VII shows the nature and scope of Campanus' work on Euclid's treatise as it was transmitted to him. We shall see that Campanus' reflexions are inscribed in the Euclidean project itself, which, mostly concerned with the logical structure of the treatise, he sought to explain and strengthen. In this perspective, he distinguished fundamental notions in this theory, such as "part" and "parts", and introduced the medieval notion of "denomination of a numerical ratio".

Au milieu du XIII^e siècle, Campanus¹ compose une version latine des

(*) Texte reçu le 2 décembre 1998, révisé le 29 septembre 1999.

Sabine ROMMEVAUX, CNRS (CRATS), Université de Lille III, BP 149, 59653 Villeneuve d'Ascq CEDEX. Courrier électronique : rommevaux@univ-lille3.fr.

¹ Campanus est né en Italie dans le premier quart du XIII^e siècle. Ecclésiastique, il bénéficia de la protection du Pape Urbain IV jusqu'en 1263 puis du Cardinal Ottobono Fieschi, futur Pape Adrien V, en 1263–1264. Il fut ensuite, à Paris, aumônier du Pape Nicolas IV (1288–1292), puis du Pape Boniface VIII. Il passa probablement ses dernières années au couvent de Viterbo en Italie où il meurt en 1296. Parmi les œuvres qui lui ont été attribuées citons sa *Theorica planetarum* (environ 1261–1264) et un *Computus maior* (1268) [Toomer 1971, p. 23–29].

Éléments d'Euclide². Elle connut très vite un grand succès : le nombre important de manuscrits conservés des XIII^e et XIV^e siècles en témoigne³. Par ailleurs elle fut imprimée dès 1482 par E. Ratdolt à Venise, puis constamment réimprimée à la Renaissance [Murdoch 1971, p. 448–452] et fut une source importante des mathématiques de la Renaissance. Commandino et Clavius, par exemple, y puiseront largement pour leurs éditions des *Éléments* [Commandino 1572], [Clavius 1574].

Cette version n'est pas une traduction mais une recension — une réécriture — basée sur des traductions arabo-latines faites au XII^e siècle et sur des traités mathématiques originaux⁴. Ce travail de compilation et de réécriture est particulièrement intéressant à propos de la théorie des proportions numériques, correspondant, dans l'édition de Campanus, aux définitions, postulats et axiomes du Livre VII et aux propositions VII.1–23, c'est-à-dire aux propositions VII.1–22 de l'Euclide grec⁵.

Dans un premier temps nous nous proposerons d'identifier les sources de Campanus pour le Livre VII. Il s'agit en particulier de préciser la (ou les) version(s) des *Éléments* que Campanus a utilisée(s) pour son édition. En effet, certaines de leurs caractéristiques ne sont pas sans conséquence sur le travail d'interprétation et de réécriture de Campanus. Ensuite, nous ferons état des réflexions de Campanus sur la question du double traitement de la proportionnalité, au Livre V pour les grandeurs et au Livre VII pour les nombres. La réponse apportée à cette question est primordiale, puisqu'elle conduit Campanus à préciser et enrichir le cadre conceptuel du Livre VII. Pour cela, il va puiser dans ses sources les définitions de certaines notions fondamentales qui manquent au Livre VII⁶, même si, pour certaines, elles

² Le plus ancien manuscrit conservé de la version de Campanus est le manuscrit de la bibliothèque de Florence, BN Magliabecch. XI 112 daté de 1259 [Folkerts 1989, p. 39].

³ Ainsi Menso Folkerts a répertorié cent trente manuscrits antérieurs au XVII^e siècle dont une dizaine du XIII^e siècle et une cinquantaine du XIV^e siècle [Folkerts 1989, p. 38–43].

⁴ Par exemple, Campanus mentionne la traduction faite probablement par Gérard de Crémone du commentaire d'an-Nayrīzī aux *Éléments*, la traduction de Gérard d'un opuscule sur la théorie des rapports d'Aḥmad ibn Yūsuf, le *De proportionne et proportionalitate*, et l'*Arithmétique* de Jordanus [Murdoch 1968], [Busard 1998, p. 126–127].

⁵ Cette expression renvoie à l'édition de I.L. Heiberg, à laquelle nous reprenons sa numérotation.

⁶ Certaines de ces notions sont déjà absentes de l'Euclide grec, d'autres sont des lacunes propres aux versions arabo-latines des *Éléments* que Campanus utilise.

sont présentes dans un autre cadre, au Livre V. La notion de « rapport » en est un exemple. Par ailleurs, il emprunte à l'une de ses sources, des postulats et axiomes — *petitiones et communes animi conceptiones* — qu'il insère à la suite des définitions du Livre VII, et qu'il utilise dans l'ensemble des Livres arithmétiques ainsi qu'au Livre X.

Le cadre conceptuel ainsi mis en place, nous examinerons l'apport majeur de Campanus au traité euclidien tel qu'il l'a reçu : la mise en évidence des notions fondamentales de la théorie de la proportionnalité numérique, les notions de « partie » et « parties ». Cette explicitation se fait au niveau des définitions, mais aussi dans les preuves des propositions VII. 4 et 6 et dans l'ajout de la proposition VII.11. Ce faisant, Campanus enrichit le traité euclidien de la théorie médiévale de la dénomination du rapport numérique.

Par ailleurs, au cours des démonstrations, Campanus explicite deux présupposés euclidiens : la transitivité de l'identité des rapports numériques et la propriété selon laquelle deux nombres ayant un même rapport relativement à un même nombre sont égaux. Ces propriétés sont démontrées par Euclide pour les grandeurs au Livre V, mais sont absentes du Livre VII. La démonstration de ces résultats pour les nombres contribue à rendre le cadre conceptuel du Livre VII indépendant de celui du Livre V, tout en accentuant le parallélisme entre les deux théories. Ce rapprochement est enfin visible dans l'ensemble des résultats ajoutés par Campanus et qu'Euclide ne démontre pas pour les nombres, mais qui figurent au Livre V pour les grandeurs.

I. LES SOURCES DU LIVRE VII DES ÉLÉMENTS DE CAMPANUS

1. La (ou les) version(s) des *Éléments* utilisée(s) par Campanus

Afin d'apprécier le travail effectué par Campanus sur le traité euclidien, il est nécessaire de connaître le ou les texte(s) qu'il a utilisé(s) pour son édition. L'histoire complexe des différentes traductions des *Éléments* faites au Moyen Âge rend très difficile cette identification. Cependant nous pouvons donner quelques caractéristiques du texte, ou des textes, que Campanus peut avoir eu entre les mains.

Il nous faut donner ici quelques éléments sur l'histoire de la transmission du texte des *Éléments*. La tradition⁷ rapporte deux traductions des *Éléments* à al-Ḥajjāj ibn Yūsuf ibn Maṭar (IX^e siècle), la première pour le Calife Hārūn ar-Rashīd et la seconde pour le Calife al-Ma'mūn. Une autre traduction est attribuée à Ishāq ibn Ḥunayn (mort en 910). Elle aurait été révisée par Thābit ibn Qurra (mort en 901). Aucun des manuscrits arabes conservés⁸ ne présente un texte pur de ces différentes traductions ; ce sont plutôt des versions de la traduction d'Ishāq, révisée par Thābit, plus au moins contaminée par celles d'al-Ḥajjāj⁹.

Le XII^e siècle a vu se constituer un ensemble de traductions latines d'ouvrages de langue arabe — œuvres originales ou traductions du grec. Parmi elles figurent plusieurs versions des *Éléments*¹⁰. Deux d'entre elles sont des traductions complètes, l'une d'Adélard de Bath (identifiée comme la version « Adélard I » par Marshall Clagett), l'autre de Gérard de Crémone¹¹. Celle que l'on attribue à Hermann de Carinthie¹² est éloignée du texte grec, toutefois Hubert L.L. Busard la considère comme une traduction « libre » des *Éléments* [Busard 1998, p. 119], alors que John Murdoch [1971, p. 447] y voit une recension s'inscrivant dans la tradition adélarde, à moins que ce ne soit la traduction d'une recension arabe, comme le pense Richard Lorch [1987, p. 54].

Marshall Clagett [1953] attribuait une seconde version à Adélard.

⁷ Pour l'histoire du texte euclidien, les bio-bibliographies arabes anciennes, comme le *Fihrist* de Ibn an-Nadīm sont des sources précieuses, de même que les commentaires d'an-Nayrīzī ou d'aṭ-Ṭūsī. Voir [Sezgin 1974, p. 103–115], [Lorch 1987] et [Djebbar 1996].

⁸ Il y en a une vingtaine dont on peut trouver la liste dans [Folkerts 1989].

⁹ En particulier, on a cru pendant longtemps que le texte du fameux *Codex Leidensis* 399/1 contenait une version d'une des traductions d'al-Ḥajjāj. Nous savons maintenant qu'il s'agit d'une version mixte. Voir [De Young 1984, p. 149].

¹⁰ Un important travail d'identification et d'édition des différentes versions latines médiévales du XII^e siècle a été entrepris depuis Hermann Weissenborn par Marshall Clagett, John Murdoch, Hubert L.L. Busard et Menso Folkerts : [Weissenborn 1880], [Clagett 1953], [Murdoch 1968], [Busard 1968, 1977, 1983a, 1983b, 1996], [Busard ; Folkerts 1992], [Folkerts 1971, 1987, 1989]. À côté des traductions faites à partir de textes en langue arabe, signalons la traduction anonyme latine faite directement à partir du grec, au XII^e siècle [Busard 1987].

¹¹ Elles ont été éditées par Hubert L.L. Busard [1983a, 1983b].

¹² Cette version a été éditée par Hubert L.L. Busard [1968, 1977].

Hubert L.L. Busard et Menso Folkerts, qui en ont fait l'édition, rejettent cette attribution et suggèrent qu'elle serait plus vraisemblablement l'œuvre de Robert de Chester [Busard ; Folkerts 1992, p. 18–31] (nous la nommerons ici « version II »). Celle-ci diffère en certains endroits du texte grec qui nous est parvenu, tel qu'il a été édité par I.L. Heiberg : certaines définitions et propositions sont absentes de la version latine, l'ordre des propositions n'est pas le même dans les deux textes¹³. Ces divergences ne sont pas, à de très rares exceptions près, le fait du traducteur latin mais se trouvent dans d'autres versions arabo-latines¹⁴. Mais si les énoncés qui figurent dans la version de Robert de Chester sont des traductions d'un texte arabe qui reste encore à identifier¹⁵, les preuves sont souvent résumées, réduites à la description de la construction et l'indication des propositions à utiliser. Ce faisant, l'auteur met l'accent sur la structure logique du traité. Cette version fut très répandue au Moyen Âge et elle donna lieu, dès le XII^e siècle, à des rédactions qui lui empruntent ses énoncés et développent ses indications de preuve ou proposent des preuves alternatives ; la version dite « Adélarde III »¹⁶ ou « version III » est l'une d'entre elles.

En ce qui concerne le Livre VII qui nous intéresse ici, la comparaison du texte de Campanus avec les différentes versions arabo-latines du XII^e siècle montre que les énoncés des propositions proviennent de la version de Robert de Chester (?), ou du moins d'une des nombreuses rédactions tirées de cette version. L'histoire très complexe de ces textes ne nous permet pas de dire avec certitude lequel de ces textes Campanus a utilisé.

¹³ Le tableau comparatif dressé par Hubert L.L. Busard et Menso Folkerts le montre clairement [Busard ; Folkerts 1992, p. 93–99].

¹⁴ La structure globale du texte (absence/présence des définitions et propositions, ordre des propositions), presque identique dans les versions d'Adélarde, d'Hermann de Carinthie et de Robert de Chester, diffère de celle de la version de Gérard de Crémone. Ainsi, les trois premières versions se rattachent à une même tradition textuelle, à laquelle s'apparente la version de Campanus et que l'on appelle généralement « tradition adélardeenne ».

¹⁵ En l'absence d'une édition des versions arabes cette identification est impossible. Cependant Hubert L.L. Busard pense que le texte arabe utilisé par Robert de Chester pourrait être issu de la tradition hajjajienne [Busard 1983a, p. 5].

¹⁶ Cette version n'est probablement pas d'Adélarde, contrairement à ce que pensait Marshall Clagett [1953]. On peut en trouver une description dans [Clagett 1953] à compléter par [Busard 1998]. Elle est à ce jour inédite. Nous avons consulté les manuscrits Oxford, Balliol College 257, 2r-98v et Oxford, Digby 174, 99r-132v.