

LA THÉORIE DES SÉRIES DE NICOLE ORESME DANS SA PERSPECTIVE ARISTOTÉLICIENNE. ‘QUESTIONS 1 ET 2 SUR LA GÉOMÉTRIE D’EUCLIDE’

Edmond MAZET (*)

RÉSUMÉ. — Oresme est connu, entre autres choses, pour avoir développé dans ses *Questions sur la Géométrie d'Euclide* une « théorie des séries », incluant la nature et la sommation des séries géométriques ainsi que la divergence de la série harmonique. Dans le présent article on se propose de voir en quel sens Oresme a réellement développé une théorie des séries, en situant cette théorie dans le cadre des conceptions mathématiques médiévales. Cette théorie peut être vue comme un approfondissement mathématique des notions aristotéliennes d'infini par division et d'infini par addition. On termine par une discussion du degré de généralité qu'Oresme accordait à ses résultats.

ABSTRACT. — THE THEORY OF SERIES BY ORESME IN ITS ARISTOTELIAN PERSPECTIVE. QUESTIONS 1 AND 2 ON EUCLID'S GEOMETRY. — Oresme is known, among other things, for having developed in *his Questions on Euclid's Geometry* a “series theory”, including the nature and summation of geometric series and the divergence of the harmonic series. The present paper aims, on the one hand, to see in what sense Oresme really developed a series theory, by situating this theory within the framework of medieval mathematics, and, on the other hand, to show that this theory can be seen as a deeper investigation, at the mathematical level, of the Aristotelian notions of the infinite by division and the infinite by addition. It closes with a discussion of the question of the degree of generality which Oresme accorded his results.

I. INTRODUCTION

Les *Questions sur la Géométrie d'Euclide*, composées au milieu du XIV^e siècle par Nicolas Oresme, s'inscrivent pour partie dans le cadre de

(*) Texte reçu le 18 janvier 2002, révisé le 23 mars 2003.

E. MAZET, UMR Savoirs et textes, Université de Lille 3, 59653 Villeneuve d'Ascq Cedex (France). Courrier électronique : mazet@univ-lille3.fr

Mots clés : Aristote, Campanus, Euclide, Oresme, infini, séries.

Classification AMS : 01A51, 40-03.

la tradition des commentaires d'Aristote. En particulier, les Questions 1 et 2 offrent un approfondissement mathématique remarquable de la notion d'infini. Cet approfondissement prend la forme d'une théorie des séries pour laquelle ces Questions sont célèbres et que nous allons analyser.

Oresme a dû naître peu après 1315, car comme nous le savons maintenant il était maître ès arts en 1342, sans doute depuis peu de temps [Courtenay 2000, p. 544]. Il est mort évêque de Lisieux en 1382 après une carrière universitaire à Paris, où il est devenu maître en théologie vers 1356, puis une carrière ecclésiastico-politique, sans cesser de s'intéresser à des questions scientifiques et philosophiques. Son œuvre est vaste et variée. Je ne peux pas donner ici une idée complète de cette œuvre aux aspects multiples, mais je retiendrai pour le propos du présent article que deux de ses principaux centres d'intérêt sont la philosophie naturelle et les mathématiques¹. En philosophie naturelle, il est d'abord l'auteur de commentaires d'Aristote sous forme de *Questions*². Le mot « commentaire » ne doit pas induire en erreur : les commentaires sous forme de Questions étaient le mode le plus courant sur lequel s'exprimaient non seulement l'enseignement de la philosophie, mais aussi la recherche. Composés par les maîtres ès arts à l'occasion de leur enseignement, ces commentaires permettaient de développer et de discuter des problématiques originales, par rapport auxquelles le texte d'Aristote jouait le rôle de point de départ et de source d'arguments. Tel est le cas de ceux d'Oresme, et ses *Questions sur la Géométrie d'Euclide* ont au géomètre grec le même rapport que ses commentaires aristotéliens au Stagirite. Il est par ailleurs l'auteur de plusieurs traités mathématiques³ qui permettent de le considérer comme un des plus remarquables mathématiciens de son siècle, quoiqu'il n'ait pas été spécialisé dans ce domaine comme l'étaient quelques-uns de ses contemporains. Dans sa philosophie naturelle les mathématiques jouent un rôle

¹ Pour plus d'information sur la vie et l'œuvre d'Oresme, voir [Céleyrette 2002].

² J'écris « Question » (avec un Q majuscule) pour parler soit de la Question comme genre littéraire, soit de l'unité textuelle que constitue dans un recueil la « Question 1 », la « Question 2 », etc. J'écris « question » (avec un q minuscule) pour parler du problème qui en fait l'objet réel ou ostensible et qui est formulé sous forme interrogative : « Est-ce que... ». Pour citer la Question n^o n, j'écris « Qu. n ».

³ Voir la bibliographie à la fin de [Céleyrette 2002], plus particulièrement la section « œuvres de mathématiques et de physique ».

important. En cela Oresme n'est pas isolé : il se situe dans un mouvement qui prend son origine chez les philosophes d'Oxford qu'on appelle les Mertoniens, tels que Thomas Bradwardine, William Heytesbury, Richard Swineshead et John Dumbleton, dont les idées arrivent à Paris dans la décennie 1340 et y connaissent des développements originaux dans lesquels Oresme a joué un rôle déterminant⁴. Il est notamment connu pour être l'auteur d'une théorie des qualités et des mouvements utilisant systématiquement des représentations géométriques (configurations) qui ont fait qu'on l'a longtemps considéré — mais c'était un contresens — comme un précurseur de la géométrie analytique (cf. [Clagett 1968, p. 3]). On peut dire que s'élabore alors une forme de mathématisation de la philosophie naturelle, quoique très différente de la mathématisation de la physique à laquelle nous sommes accoutumés et très surprenante pour le lecteur moderne qui l'aborde. Oresme en est un des principaux artisans.

Les *Questions sur la Géométrie d'Euclide* peuvent être datées d'environ 1350. C'est la date approximative que leur attribuait leur éditeur, H.L.L. Busard [1961, p. X], au motif qu'Oresme devait les avoir composées quand il enseignait comme maître ès arts tout en poursuivant ses études de théologie, et il n'y a pas lieu de la mettre en doute. Elles ne peuvent pas être beaucoup postérieures à 1350, car Jean Céleyrette et moi-même avons découvert récemment⁵ qu'un passage de la Qu. 10 est cité littéralement par le cistercien Pierre Ceffons dans son commentaire des *Sentences*, professé en 1348–1349 et publié en 1353 (ms 62 de la bibliothèque de la ville de Troyes, 24 ra; la citation d'Oresme pourrait avoir été ajoutée lors de la rédaction finale). Elles peuvent facilement être antérieures de quelques années à 1350, puisqu'Oresme enseignait comme maître ès arts dès 1342, comme je l'ai dit. Les Questions sont au nombre de vingt-et-une dans l'édition de Busard (le nombre varie selon les manuscrits) et se divisent en trois groupes principaux : les Qu. 1 à 9 traitent de problèmes liés à l'infini et à l'incommensurabilité, les Qu. 10 à 17 présentent une version de la théorie des configurations qu'Oresme reprendra de façon plus élaborée dans le traité *De configurationibus qualitatum et motuum*⁶. Enfin,

⁴ Voir là-dessus les articles fondateurs [Murdoch 1969 et 1975].

⁵ Non encore publié (voir mon article « Pierre Ceffons et Oresme » à paraître dans les Actes du colloque *Inter doctores fuit magna dissensio* tenu à Parme en mai 2002).

⁶ Ce groupe de Questions pris séparément a été partiellement édité par M. Clagett

les Qu. 18–21 traitent du statut ontologique de l'angle. Cela illustre (de façon à vrai dire extrême) ce que je disais ci-dessus de la manière dont les commentateurs médiévaux utilisent leurs auteurs, les prenant pour point de départ de problématiques nouvelles et largement étrangères à l'auteur commenté.

Les *Questions sur la Géométrie d'Euclide* ont été éditées par Busard à partir de deux manuscrits. Cette édition a fait l'objet d'une recension critique passablement sévère de la part de J.E. Murdoch [1964], qui a apporté au texte de Busard de nombreuses corrections en s'appuyant sur un manuscrit que ce dernier n'avait pas utilisé alors qu'il est certainement le meilleur des trois manuscrits disponibles⁷. La recension de Murdoch s'accompagne par ailleurs, sinon d'un véritable commentaire des *Questions sur la Géométrie d'Euclide*, du moins d'un ensemble d'observations intéressantes sur le contenu de cet ouvrage d'Oresme, qui visent notamment à préciser le sens et la portée des résultats qui y sont établis ou seulement formulés. En fait, en raison du caractère défectueux de l'édition de Busard, auquel les corrections apportées par Murdoch, pour précieuses qu'elles soient, ne suppléent pas entièrement, une nouvelle édition apparaît nécessaire. Elle est en cours de préparation par l'équipe à laquelle appartient l'auteur du présent article.

Mon propos, dans celui-ci, est beaucoup plus circonscrit, puisqu'il ne porte que sur les Qu. 1 et 2. Les *Questions sur la Géométrie d'Euclide* sont célèbres pour, entre autres raisons, contenir une théorie des séries dans laquelle sont notamment établies la nature des séries géométriques, la formule donnant la somme d'une série géométrique convergente et la divergence de la série harmonique. Tout cela se trouve dans les deux premières Questions, sur lesquelles je me propose d'apporter quelques vues nouvelles. Je pense en effet que l'analyse qu'en avait faite Murdoch mérite d'être reprise et approfondie, notamment pour mieux faire apparaître le lien entre les Qu. 1 et 2 et l'arrière-plan physique et aristotélicien qui est le leur. À cet égard, il convient de situer Oresme par rapport à la

[1968, p. 521–575]. Je suis l'opinion de Clagett quant à la chronologie relative des *Questions sur la Géométrie d'Euclide* et du *De configurationibus qualitatum et motuum*, considérée comme incertaine par Busard.

⁷ Les manuscrits utilisés par Busard sont le ms *Vaticanus Latinus* 2225 (très corrompu), qu'il note V, et le ms *Chighi* F IV 66, qu'il note C. Le manuscrit supplémentaire utilisé par Murdoch est le ms 7-7-13 de la Bibliothèque Colombine de Séville, qu'il note S.

tradition des commentateurs d'Aristote de manière à mieux apprécier son originalité. Par cette mise en perspective, je préciserai — car cela me semble avoir encore besoin de l'être — en quel sens il est possible de dire sans anachronisme que les Questions considérées contiennent une théorie des séries. J'essaierai de déterminer quelles sont la problématique et la démarche d'Oresme dans chacune des deux Questions, l'articulation de celles-ci entre elles et la signification de l'ensemble.

Avant d'aborder l'étude même des Questions, quelques préliminaires sont indispensables. D'abord il faut dire un mot du genre littéraire de la Question et de la manière dont ce genre est adapté par Oresme à l'étude de problèmes mathématiques. Rappelons que dans les universités médiévales, l'enseignement était fondé sur l'étude des Auteurs⁸, principalement d'Aristote, mais aussi de certains Auteurs ayant traité de disciplines spéciales et, pour les mathématiques en particulier, d'Euclide. Cette étude se présentait classiquement sous deux formes, celle de l'*expositio*, explication du texte ligne à ligne par le maître, et celle de la *questio*, discussion d'un problème particulier qui était ordinairement introduit à partir d'un point difficile du texte. Les *questiones* faisaient couramment l'objet de discussions publiques (*disputationes*) auxquelles participaient les étudiants avancés. Ces discussions étaient prises en notes par un des auditeurs, ces notes formant ce que l'on appelait une *reportatio* de la discussion. La *reportatio* pouvait ensuite être révisée par le maître en vue d'une publication, ou bien simplement circuler sous forme brute. L'un des manuscrits des *Questions sur la Géométrie d'Euclide* indique que ces Questions furent «disputées à Paris» et les manuscrits qui nous sont parvenus dérivent probablement de la *reportatio* qui en fut faite alors. Quelques fautes mathématiques grossières, qu'on trouve dans certaines Questions, et le caractère très peu élaboré du style donnent à penser que cette *reportatio* n'a pas été revue par Oresme. Par ailleurs, certaines différences entre les manuscrits conduisent à se demander s'ils ne proviennent pas de *reportationes* faites par des auditeurs différents.

Il faut noter que, tandis que les recueils de Questions sur les œuvres d'Aristote sont très nombreux, les *Questions sur la Géométrie d'Euclide*

⁸ À partir d'ici, j'écris «Auteur» pour désigner l'auteur commenté (par exemple Aristote ou Euclide) et «auteur» pour désigner l'auteur du commentaire (par exemple Oresme).