

SÉMINAIRES ET CONGRÈS 8

ÉLÉMENTS DE LA THÉORIE  
DES SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS  
GÉOMÉTRIQUES

COURS DU C.I.M.P.A.  
ÉCOLE D'ÉTÉ DE SÉVILLE (1996)

édité par

Philippe Maisonobe  
Luis Narváez Macarro

Société Mathématique de France 2004

*Ph. Maisonobe*

UMR 6621 du CNRS, Laboratoire J.A. Dieudonné, Université de Nice,  
Parc Valrose, 06108 Nice cedex 2, France.

*E-mail* : `phm@math.unice.fr`

*L. Narváez Macarro*

Departamento de Algebra, Facultad de Matemáticas, Universidad de Sevilla,  
E-41012 Spain.

*E-mail* : `narvaez@algebra.us.es`

---

**Classification mathématique par sujets (2000).** — 12, 13N10, 13P10, 14B, 16S32, 32C38, 32S40, 32S60, 35A27, 35N10.

**Mots clefs.** —  $\mathcal{D}$ -module, bases de Gröbner, complexe de de Rham, connexions méromorphes régulières, cycle caractéristique, cycles évanescents, dualité, dualité de Grothendieck-Verdier, filtration,  $V$ -filtration, foncteur image inverse, indice, irrégularité, faisceau d'irrégularité, modules holonomes, modules spécialisables, monodromie, opérateur différentiel d'ordre infini, pentes, positivité, régularité, critère fondamental de la régularité, réseau canonique, théorème de comparaison, théorème de division.

---

# ÉLÉMENTS DE LA THÉORIE DES SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS GÉOMÉTRIQUES

COURS DU C.I.M.P.A.  
ÉCOLE D'ÉTÉ DE SÉVILLE (1996)

édité par Philippe Maisonobe, Luis Narváez Macarro

**Résumé.** — La théorie des systèmes différentiels géométriques est l'étude des Modules cohérents sur l'Anneau des opérateurs différentiels sur une variété analytique ou algébrique. Elle intervient dans de nombreuses branches des mathématiques : géométrie algébrique, arithmétique, groupes et algèbres de Lie, topologie algébrique des singularités... Ce livre est le résultat de la rédaction de plusieurs cours donnés lors d'une école du C.I.M.P.A. en septembre 1996. Il veut offrir au lecteur, par la prise en compte des éléments les plus récents de la théorie, une synthèse des nombreux articles de recherche sur ce sujet. Ainsi, la plupart des cours ont été écrits pour être lus par des étudiants commençant la recherche mathématique.

**Abstract (Elements of the theory of geometric differential systems)**

The theory of geometric differential systems consists in the study of coherent Modules on the Ring of differential operators on a complex analytic or algebraic manifold. It is used in various branches of mathematics: algebraic geometry, arithmetics, Lie groups and Lie algebras, algebraic topology of singularities... This book contains the texts of lectures given at a C.I.M.P.A. summer school in september 1996. It offers a complete survey of the theory, taking into account the most recent advances. Most of the lectures are aimed at young researchers.



## TABLE DES MATIÈRES

<b>Résumés des articles</b> .....	ix
<b>Abstracts</b> .....	xiii
<b>Préface</b> .....	xvii
PH. MAISONOBE & T. TORRELLI — <i>Image inverse en théorie des <math>\mathcal{D}</math>-Modules</i> ..	1
Introduction .....	2
I. Définition et généralités .....	4
II. Images inverses non caractéristiques .....	11
III. Équations fonctionnelles d'un $\mathcal{D}$ -Module holonome .....	22
IV. Cohomologie locale algébrique .....	30
V. Images inverses et solutions d'un $\mathcal{D}$ -Module .....	45
Références .....	57
L. NARVÁEZ MACARRO — <i>The Local Duality Theorem in <math>\mathcal{D}</math>-module Theory</i> ..	59
Introduction .....	60
Notation .....	61
1. Duality for Analytic Constructible Sheaves .....	61
2. The Local Duality Morphism in $\mathcal{D}$ -module Theory .....	64
3. Proof of the Local Duality Theorem .....	67
Appendix .....	79
References .....	86
F.J. CASTRO-JIMÉNEZ & M. GRANGER — <i>Explicit Calculations in Rings of Differential Operators</i> .....	89
Introduction .....	90
1. Division theorems in polynomial rings and in power series rings .....	92
2. Division theorems in the rings of differential operators .....	105
3. Generalized division theorems. The calculation of slopes .....	112
References .....	125
A complementary list of recent publications .....	126