DIMENSION TOPOLOGIQUE ET SYSTÈMES DYNAMIQUES

Michel Coornaert

Comité de rédaction

Jean-Benoît BOST
François LOESER
Joseph OESTERLÉ
Daniel BARLET (dir.)

Diffusion

Maison de la SMF	AMS	EDP Sciences
B.P. 67	P.O. Box 6248	17, avenue du Hoggar
13274 Marseille Cedex 9	Providence RI 02940	91944 les Ulis cedex A
France	USA	France
smf@smf.univ-mrs.fr	www.ams.org	www.edpsciences.com

Tarifs 2005

Vente au numéro : 26 € ($ 37)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat : Nathalie Christiaën

Cours Spécialisés
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
revues@smf.ens.fr • http://smf.emath.fr/

© *Société Mathématique de France 2005*

Tous droits réservés (article L 122–4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335–2 et suivants du CPI.

ISSN 1284-6090

ISBN 2-85629-177-5

Directrice de la publication : Marie-Françoise ROY

COURS SPÉCIALISÉS 14

DIMENSION TOPOLOGIQUE ET SYSTÈMES DYNAMIQUES

Michel Coornaert

Société Mathématique de France 2005

Pour ma fille Nathalie

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos xi

Première partie
Dimension topologique 1

1. Dimension d'un espace topologique 3
1.1. Définition de la dimension topologique 3
1.2. Dimension des sous-espaces fermés 7
1.3. Dimension des espaces connexes 8
1.4. Dimension des espaces métriques compacts 9
1.5. Espaces normaux 11
1.6. Dimension des espaces normaux 13
1.7. Le théorème de l'union dénombrable 16
1.8. Dimension des sous-espaces d'un espace métrisable 18
Notes sur le chapitre 1 19
Exercices sur le chapitre 1 20

2. Espaces de dimension nulle 23
2.1. L'ensemble de Cantor 23
2.2. Espaces éparpillés 26
2.3. Éparpillement des espaces de dimension 0 28
2.4. Espaces de Lindelöf 29
2.5. Espaces totalement discontinus 34
2.6. Espaces totalement séparés 35
2.7. Espaces séparés compacts de dimension 0 37
2.8. Espaces métrisables séparables de dimension 0 38
2.9. Espaces compacts métrisables de dimension 0 38
Notes sur le chapitre 2 39
Exercices sur le chapitre 2 40

3. Dimension des polyèdres 41
3.1. Complexes simpliciaux de $\mathbb{R}^n$ 41
3.2. Étoiles ouvertes 44
3.3. Subdivisions barycentriques 45
3.4. Le lemme de Lebesgue 50
3.5. Complexes simpliciaux abstraits 54
Notes sur le chapitre 3 55
Exercices sur le chapitre 3 56

4. Dimension et applications 57
4.1. Partitions de l'unité dans les espaces normaux 57
4.2. Nerf d'un recouvrement 59
4.3. Applications α-compatibles 60
4.4. Applications ε-injectives 62
4.5. Définition de $\dim_\varepsilon(X, d)$ 64
4.6. Plongements euclidiens des espaces de dimension finie 65
Notes sur le chapitre 4 68
Exercices sur le chapitre 4 69

5. Quelques contre-exemples 71
5.1. L'ensemble des points rationnels de l'espace de Hilbert 71
5.2. L'éventail de Knaster-Kuratowski 74
5.3. Un espace dénombrable connexe et séparé 76
5.4. La planche de Tychonoff 78
Notes sur le chapitre 5 82
Exercices sur le chapitre 5 82

Deuxième partie
Dimension topologique moyenne 85

6. Dimension topologique moyenne 87
6.1. Joint de deux recouvrements 87
6.2. Suites sous-additives 88
6.3. Définition de la dimension topologique moyenne 89
6.4. Premières propriétés 91
6.5. Interprétation métrique 93
Notes sur le chapitre 6 95
Exercices sur le chapitre 6 96

7. Décalages et sous-décalages 97
7.1. Décalages 97
7.2. Décalages sur les polyèdres 99
7.3. Dimension projective moyenne d'un sous-décalage 101
7.4. Sous-décalages de type fini 102
7.5. Sous-décalages de type bloc 103

7.6. Construction de sous-décalages de dimension topologique moyenne donnée 104
Notes sur le chapitre 7 107
Exercices sur le chapitre 7 107

8. Plongements dans les décalages 109
8.1. Généralités 109
8.2. Plongements dans les décalages 110
8.3. Le théorème de Jaworski 112
8.4. Contre-exemples de Lindenstrauss-Weiss 114
Notes sur le chapitre 8 120
Exercices sur le chapitre 8 121

Bibliographie 123

Index 127