

# Hyperbolicity properties of algebraic varieties

**B. Claudon, P. Corvaja, J.-P. Demailly,  
S. Diverio, J. Duval, C. Gasbarri,  
S. Kebekus, M. Păun, E. Rousseau,  
N. Sibony, B. Taji, C. Voisin**

**Edited by S. Diverio**



Panoramas et Synthèses

Numéro 56

**SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE**

---

*Comité de rédaction*

Olivier BENOIST	Claire LACOUR
Serge CANTAT	Quentin MÉRIGOT
Fabienne CASTELL	Anne MOREAU
Indira CHATTERJI	Bertrand RÉMY
Anne-Laure DALIBARD	Séverine RIGOT
Anne-Sophie de SUZZONI	Sergio SIMONELLA
Diego IZQUIERDO	Todor TSANKOV

Bertrand RÉMY (dir.)

*Diffusion*

Maison de la SMF	AMS
Case 916 - Luminy	P.O. Box 6248
13288 Marseille Cedex 9	Providence RI 02940
France	USA

`christian.smf@cirm-math.fr` `www.ams.org`

*Tarifs*

*Vente au numéro* : 60 € (\$ 90)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

*Secrétariat*

*Panoramas et Synthèses*  
Société Mathématique de France  
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris Cedex 05, France  
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96  
`panoramas@smf.emath.fr` • `http://smf.emath.fr/`

© Société Mathématique de France 2021

*Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.*

ISSN 1272-3835

ISBN 978-2-85629-951-7

Directeur de la publication : Fabien Durand

---

PANORAMAS ET SYNTHÈSES 56

**HYPERBOLICITY PROPERTIES  
OF ALGEBRAIC VARIETIES**

**B. Claudon, P. Corvaja, J.-P. Demailly, S. Diverio,  
J. Duval, C. Gasbarri, S. Kebekus, M. Păun,  
E. Rousseau, N. Sibony, B. Taji, C. Voisin**

**Edited by S. Diverio**

Société mathématique de France

*Benoît Claudon*

Univ Rennes, CNRS, IRMAR – UMR 6625,  
35000 Rennes, France

*E-mail* : [benoit.claudon@univ-rennes1.fr](mailto:benoit.claudon@univ-rennes1.fr)

*Pietro Corvaja*

Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche  
e Informatiche, Università di Udine, Via delle  
Scienze, 206, 33100 Udine, Italy

*Jean-Pierre Demailly*

Université Grenoble Alpes, Institut Fourier  
Laboratoire de Mathématiques, CNRS UMR  
5582, 100 rue des Maths 38610 Gières

*Email* : [jean-pierre.demailly@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:jean-pierre.demailly@univ-grenoble-alpes.fr)

*Simone Diverio*

Dipartimento di Matematica “Guido Castel-  
nuovo” SAPIENZA Università di Roma  
Piazzale Aldo Moro 5  
I-00185 Roma

*E-mail* : [diverio@mat.uniroma1.it](mailto:diverio@mat.uniroma1.it)

*Julien Duval*

Laboratoire de Mathématiques, Université Paris-  
Saclay, 91405 Orsay cedex, France

[julien.duval@universite-paris-saclay.fr](mailto:julien.duval@universite-paris-saclay.fr)

*Carlo Gasbarri*

Carlo Gasbarri, IRMA, UMR 7501, 7 rue René-  
Descartes, 67084 Strasbourg Cedex, France

*Stefan Kebekus*

Mathematisches Institut, Albert-Ludwigs-  
Universität Freiburg, Eckerstraße 1, 79104  
Freiburg im Breisgau, Germany and Freiburg In-  
stitute for Advanced Studies (FRIAS), Freiburg  
im Breisgau, Germany and University of Stras-  
bourg Institute for Advanced Study (USIAS),  
Strasbourg, France

*E-mail* : [stefan.kebekus@math.uni-freiburg.de](mailto:stefan.kebekus@math.uni-freiburg.de)

*Mihai Păun*

Universität Bayreuth, Germany

*E-mail* : [mihai.paun@uni-bayreuth.de](mailto:mihai.paun@uni-bayreuth.de)

*Erwan Rousseau*

Institut Universitaire de France & Aix Marseille  
Univ, CNRS, Centrale Marseille, I2M, Marseille,  
France

*E-mail* : [erwan.rousseau@univ-amu.fr](mailto:erwan.rousseau@univ-amu.fr)

*Nessim Sibony*

Université Paris-Saclay, CNRS, Laboratoire de  
Mathématiques d’Orsay, 91405 Orsay, France  
and Korea Institute for Advanced Study, Seoul,  
130-722 South Korea

*E-mail* : [nessim.sibony@math.u-psud.fr](mailto:nessim.sibony@math.u-psud.fr)

*Behrouz Taji*

School of Mathematics and Statistics F07, The  
University of Sydney, NSW 2006 Australia

*E-mail* : [behrouz.taji@sydney.edu.au](mailto:behrouz.taji@sydney.edu.au)

*Claire Voisin*

CNRS, IMJ-PRG, 4 Place Jussieu, 75005 Paris,  
France

*E-mail* : [claire.voisin@imj-prg.fr](mailto:claire.voisin@imj-prg.fr)

---

*Classification mathématique par sujets.* (2010) — 14D23, 14E05, 14E30, 14F10, 14J10, 14J17, 32Q45, 32Q26.

*Mots-clés et phrases.* — Hyperbolicité au sens de Kobayashi, lemme de Brody, théorie de la distribution des valeurs, conjecture de Lang, hyperbolicité algébrique, inégalités à la Bogomolov-Miyaoka-Yau, espace de modules, hyperbolicité au sens de Viehweg, hypersurface projective, différentielle de jets, conjecture de Kobayashi, courbure négative, point rationnel, approximation diophantienne, fibration.

*Keywords and phrases.* — Kobayashi hyperbolicity, Brody’s lemma, value distribution theory, Lang’s conjecture, algebraic hyperbolicity, Bogomolov-Miyaoka-Yau type inequality, moduli space, Viehweg’s hyperbolicity, projective hypersurface, jet differential, Kobayashi’s conjecture, negative curvature, rational point, Diophantine approximation, fibration.

---

## HYPERBOLICITY PROPERTIES OF ALGEBRAIC VARIETIES

**B. Claudon, P. Corvaja, J.-P. Demailly, S. Diverio, J. Duval, C. Gasbarri,  
S. Kebekus, M. Păun, E. Rousseau, N. Sibony, B. Taji, C. Voisin**

*Abstract.* — Since its introduction in the 70's, the notion of Kobayashi hyperbolicity has attracted a lot of attention in the mathematical community. Besides its aspects exclusively belonging to the several complex variables world, an extremely fascinating theme is that of its interactions with the algebraic, arithmetic, and differential geometric properties of algebraic varieties. These interactions are essentially what this book is about.

Some of the issues addressed are: distribution and distribution of values of entire curves, algebraic analogues of hyperbolicity, hyperbolicity properties of projective hypersurfaces and of varieties of general type, hyperbolicity of moduli spaces, relationships between hyperbolicity and negative curvature, distribution of rational points on hyperbolic (arithmetic) varieties, and interplay of different kinds of natural fibrations on algebraic varieties and hyperbolicity.

The volume has the ambition to make a point of the state of the art, each chapter treating a different aspect of the subject, trying to keep the language friendly enough to encourage in particular PhD students as well as young researchers in complex geometry to get into the most recent advances in the study of hyperbolicity properties of algebraic varieties.

*Résumé (Propriétés d'hyperbolicité des variétés algébriques).* — Depuis son introduction dans les années 70, la notion d'hyperbolicité au sens de Kobayashi a attiré beaucoup d'attention dans la communauté mathématique. À côté de ses aspects plus purement d'analyse complexe en plusieurs variables, un thème très fascinant est celui de ses interactions avec les propriétés algébriques, arithmétiques, et géométo-différentielles des variétés algébriques. L'étude de ces interactions est essentiellement l'objectif de ce livre.

Parmi les thématiques abordées figurent : distribution et distribution des valeurs des courbes entières, analogues algébriques de la notion d'hyperbolicité, propriétés d'hyperbolicité des hypersurfaces projectives et des variétés de type général, hyperbolicité des espaces de modules, relations entre hyperbolicité et courbure négative,