

## UNE ANALYSE GÉNÉTIQUE DE L'INTRODUCTION À L'ANALYSE DES LIGNES COURBES ALGÈBRIQUES DE GABRIEL CRAMER (1750)

THIERRY JOFFREDO

---

RÉSUMÉ. — Gabriel Cramer (1704-1752) publie à Genève en 1750 son *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Gabriel Cramer, un ouvrage important pour l'histoire de la géométrie et de l'algèbre, comme le démontre l'historiographie sur le sujet. Dans cet article, nous ne nous intéresserons pas directement aux contenus de cet ouvrage, mais plutôt à sa genèse et aux grandes étapes de son écriture par le Genevois, qui a conçu ce projet éditorial dix ans avant sa publication. Nous nous appuierons pour cela sur les méthodes de la critique génétique, à partir des sources variées dont nous disposons pour ce texte. Nous présenterons et analyserons sous cet angle les manuscrits inédits de l'*Introduction* aujourd'hui conservés à la Bibliothèque de l'université de Genève, et dégagerons du dossier génétique formé par ces manuscrits et la correspondance de Gabriel Cramer les indices matériels nous permettant de reconstituer les processus de rédaction et de restituer les dynamiques d'écriture de l'auteur durant la décennie qui précède la publication de son ouvrage.

ABSTRACT (A genetic analysis of Gabriel Cramer's *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* (1750))

Gabriel Cramer (1704-1752) published in Geneva in 1750 his *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, an important work for the history of geometry and algebra, as historiography on the subject shows. In this article, we will

---

Texte reçu le 2 novembre 2018, accepté le 19 janvier 2019, révisé le 14 avril 2019.

TH. JOFFREDO, Archives Henri Poincaré - Philosophie et Recherches sur les Sciences et les Technologies, UMR 7117 CNRS - Université de Lorraine - Université de Strasbourg, Site de Nancy : 91 avenue de la Libération - BP 454 F-54001 Nancy Cedex, France.

Courrier électronique : [thierry.joffredo@univ-lorraine.fr](mailto:thierry.joffredo@univ-lorraine.fr)

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A50, 01A70, 14H50.

Mots clés : Critique génétique, manuscrit, courbes algébriques, Gabriel Cramer.

Key words and phrases. — Genetic criticism, manuscript, algebraic curves, Gabriel Cramer.

not focus directly on the contents of this book, but rather on its genesis and the main stages of its writing by the Genevan, who conceived this editorial project ten years before its publication. We will rely on the methods of genetic criticism, based on the various sources available to us for this text. We will present and analyse from this angle the unpublished manuscripts of the *Introduction* currently held at the University of Geneva Library, and will identify from the genetic file formed by these manuscripts and Gabriel Cramer's correspondence the material clues enabling us to reconstruct the writing processes and restore the author's writing dynamics during the decade preceding the publication of his work.

## 1. LE SAVANT AU TRAVAIL, L'ŒUVRE EN DEVENIR

La *critique génétique*, ou *génétique des textes*, a pour objet « l'analyse de l'écriture littéraire comme processus et l'interprétation de l'œuvre à la lumière de ses brouillons ou de ses documents préparatoires » [De Biasi 2011, p. 5] et se propose de « renouveler la connaissance des textes à la lumière de leurs manuscrits en déplaçant l'interrogation critique de l'auteur vers l'écrivain, de l'écrit vers l'écriture, de la structure vers les processus, de l'œuvre vers sa genèse » [p. 11]. Elle s'appuie sur « les manuscrits de travail des écrivains en tant que support matériel, espace d'inscription et lieu de mémoire des œuvres *in statu nascendi* » [Grésillon 2016, p. 8]. Elle permet ainsi, grâce aux indices matériels laissés par l'auteur, d'adopter une perspective sur l'œuvre publiée incluant et prenant en compte toutes les étapes de son écriture depuis sa conception, ses modifications, réécritures, corrections, révisions.

Régulièrement mise en œuvre sur les textes littéraires, cette approche a été aussi utilisée en histoire des sciences, en particulier dans les éditions de textes anciens ou modernes, comme en témoignent aussi plusieurs contributions publiées dans le vingtième numéro de la revue *Genesis*, paru en 2003, qui est entièrement consacré à l'écriture scientifique. Dans l'article d'ouverture de ce numéro, intitulé *Sciences : des archives à la genèse. Pour une contribution de la génétique des textes à l'histoire des sciences*, Pierre-Marc de Biasi plaide d'ailleurs pour l'extension du modèle d'analyse génétique des manuscrits littéraires modernes vers les manuscrits scientifiques, malgré leurs spécificités respectives, extension susceptible d'accompagner et d'outiller les historiens des sciences dans les nouvelles approches (sociale, matérielle, etc.) portées par les évolutions récentes de leur champ d'étude [De Biasi 2003].

L'une des conditions *sine qua non* de réussite du transfert de ces méthodes d'un champ à l'autre est, écrit-il, que les archives manuscrites existent bien et en nombre suffisant pour alimenter un dossier génétique suffisamment épais pour être exploité avec pertinence et profit; ce qui n'est pas nécessairement le cas, surtout en ce qui concerne les auteurs du dix-huitième siècle qui ne conservaient pas toujours leurs papiers et manuscrits considérés comme inutiles suite à la publication d'un mémoire ou d'un livre, comme le montrent les exemples de Buffon ou Bernardin de Saint-Pierre présentés dans un autre numéro de *Genesis* consacré, cette fois, aux « Brouillons des Lumières » [Bustarret 2012, p. 37].

Dans le cas de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Gabriel Cramer [1750a], qui est l'un des plus importants ouvrages du XVIII<sup>e</sup> siècle portant sur la théorie des courbes, nous disposons heureusement de plusieurs sources (correspondances, manuscrits) dont l'étude nous permettra de mener à bien cette analyse génétique. Nous mettrons ainsi en lumière les différentes étapes de la rédaction de l'ouvrage, les variations de périmètre du sujet à traiter et le renforcement des exigences de l'auteur, la prise en compte des travaux de ses contemporains et des échanges avec ses correspondants, ses motivations initiales et les différentes fonctions (scientifique, sociale, académique) qu'il assigne à son œuvre en construction, les modifications structurelles du livre au fil des différentes versions du manuscrit, bref, de voir le savant au travail dans l'élaboration de son œuvre, et celle-ci prendre vie sur l'écritoire.

## 2. UNE PRÉSENTATION DE L'INTRODUCTION

L'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, publiée à Genève par Gabriel Cramer [1750a], « professeur de philosophie & de mathématiques » à l'Académie de Genève et membre des « Académies & Sociétés Royales de Londres, de Berlin, de Montpellier, de Lyon, & de l'Académie de l'Institut de Bologne », tel qu'il se présente lui-même sur la page de titre de son ouvrage, est un jalon important dans l'histoire de la géométrie des courbes algébriques. Il est régulièrement cité dans les textes traitant d'histoire de la géométrie ou de l'algèbre, les dictionnaires et encyclopédies, et jusque dans les manuels d'enseignement souhaitant offrir quelque aperçu historique des notions et méthodes étudiées au lycée. Le nom du Genevois est aujourd'hui essentiellement attaché à la règle qui intervient dans la résolution des systèmes linéaires d'équations du premier degré à plusieurs inconnues (*règle de Cramer* en français, *Cramer's rule* en anglais, *Cramersche Regel* en allemand), donnée dans l'un des appendices de cette *Introduction*,

utilisant ce que l'on désignera dans le courant du XIX<sup>e</sup> siècle par le terme de *déterminant* du système.

La question de l'étude des courbes constitue un champ de recherches important pour les géomètres de cette première moitié du XVIII<sup>e</sup> siècle, que l'ouvrage de Cramer vient, d'une certaine manière, provisoirement clore<sup>1</sup>. Le Genevois, dans la préface, place son ouvrage en filiation directe des travaux de Newton qui, dès la fin des années 1660, a travaillé à une *Énumération des lignes du troisième ordre*, seulement publiée au tout début du XVIII<sup>e</sup> siècle en annexe de son *Opticks* [Newton 1704, p. 137-162]. Il cite le commentaire du texte newtonien publié quelques années plus tard par James Stirling [1717], qui a cherché à expliciter les méthodes algébriques mises en action par Newton dans cette énumération, déclarant au passage deux espèces de cubiques qui sont venues s'ajouter aux soixante-douze décrites par Newton, ainsi que des travaux du hollandais Gravesande [1727], qui, par ses « Recherches sur les Séries », lui ont permis d'obtenir « la clé de la Théorie des Courbes ». Enfin, il rend compte des tentatives de classification des courbes d'ordres trois et quatre décrites dans quelques mémoires d'académiciens parisiens publiés autour de 1730 [Nicole 1729, Bragelongne 1730a, Bragelongne 1730b, Bragelongne 1731], et indique avoir tiré profit de la lecture des *Usages de l'analyse de Descartes pour découvrir, sans le secours du Calcul Différentiel, les Propriétés, ou Affections principales des Lignes Géométriques de tous les Ordres* de l'abbé Jean-Paul De Gua de Malves [1740], notamment de son *triangle analytique*, variante du *parallélogramme analytique* de Newton, dispositif permettant de déterminer le cours d'une courbe algébrique au voisinage de l'origine ou à l'infini [Cramer 1750a, p. viii-xi].

Cité comme ouvrage de référence par D'Alembert dans l'article COURBE de l'*Encyclopédie* [D'Alembert et al. 1751–1772, vol. IV, p. 377b–389b] et plusieurs articles associés<sup>2</sup>, l'*Introduction* a bénéficié d'une forte notoriété auprès des géomètres des XVIII<sup>e</sup> et XIX<sup>e</sup> siècles, très régulièrement cité aux côtés du second volume de l'*Introductio in analysin infinitorum* de Leonhard Euler [1748a] qui, écrit de manière indépendante au même moment que l'ouvrage de Cramer, traite du même sujet en utilisant des méthodes différentes. Chasles, quelque quatre-vingts ans après la publi-

<sup>1</sup> La question, qui ne connaîtra pas de réel progrès dans la seconde partie du XVIII<sup>e</sup> siècle, resurgira de manière forte en Allemagne dans les années 1830 avec les travaux de Julius Plücker.

<sup>2</sup> On retrouve des mentions au traité des courbes de Cramer dans les articles ASYMPTOTE, AXE, BRANCHE, CENTRE, COURBURE, MAXIMUM, PARALLÉLOGRAMME, POINT MULTIPLE, REBROUSSEMENT, SERPENTEMENT et TRIDENT, où il est très souvent indiqué comme principale référence.

cation de l'*Introduction* de Cramer, le dépeint comme « un traité spécial, le plus complet, et encore aujourd'hui le plus estimé, sur cette vaste et importante branche de la Géométrie » [Chasles 1837, p. 151-152]. Les appendices algébriques du traité ont également été lus et exploités par les mathématiciens qui, à commencer par Étienne Bézout [1764], se sont intéressés à la théorie de l'élimination des inconnues dans les équations.

En guise d'*Introduction*, ce traité est une véritable somme de près de sept cent pages qui expose la mise en œuvre des outils et méthodes algébriques – à l'exclusion de tout recours au calcul différentiel – nécessaires à l'étude des courbes algébriques (branches infinies, asymptotes, tangentes, points singuliers, courbure, etc.) en les illustrant par de nombreux exemples et figures<sup>3</sup>. L'objectif de Gabriel Cramer est de proposer une classification de ces courbes algébriques selon leur ordre (c'est-à-dire le degré de leur équation algébrique) en genres et espèces selon le nombre et la nature de leurs branches infinies et de leurs points singuliers, qu'il expose de manière effective jusque l'ordre 4 dans le chapitre IX.

L'ouvrage est divisé en treize chapitres, contenant trente-trois planches de figures, suivis de trois appendices. Les trois premiers chapitres permettent de rappeler les généralités du sujet : après avoir discuté de la nature des courbes algébriques et de leurs équations, Cramer rappelle les règles de calcul à mener sur ces équations pour effectuer les changements de coordonnées, donnant au passage quelques méthodes pour en simplifier l'exécution, ce qui lui permet de définir l'ordre d'une courbe algébrique. Il introduit pour la première fois, dans ce troisième chapitre, le *triangle analytique*, variante du *parallélogramme analytique* de Newton, un dispositif qui lui permettra notamment, par la suite, d'engager des développements en série donnant la valeur de  $y$  en fonction de  $x$  au voisinage de l'origine ou à l'infini à partir de l'équation algébrique de la courbe. Le quatrième chapitre, qui traite de la construction des égalités – qui est la recherche des solutions d'équations par construction de points d'intersection de courbes d'équations bien choisies – s'inscrit dans la tradition cartésienne de l'étude des courbes géométriques. Les cinquième et sixième chapitres exposent des résultats ou des définitions de notions (diamètre, centre) qui, bien connus dans le cadre de l'étude des coniques (c'est-à-dire les courbes d'ordre 2), s'étendent aux courbes d'ordres supérieurs. Le septième chapitre est central dans l'ouvrage de Cramer : intitulé « Détermination des plus grands Termes d'une equa-

---

<sup>3</sup> On peut trouver une reproduction numérique de qualité de cet ouvrage sur le portail pour les imprimés numérisés des bibliothèques suisses e-rara.ch, à l'adresse suivante : <http://doi.org/10.3931/e-rara-4048>.