

**370**

**ASTÉRISQUE**

**2015**

DE LA GÉOMÉTRIE ALGÈBRIQUE  
AUX FORMES AUTOMORPHES (II)

J.-B. BOST, P. BOYER, A. GENESTIER,  
L. LAFFORGUE, S. LYSENKO, S. MOREL, B.C. NGÔ, eds.

**SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE**

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

---

Astérisque est un périodique de la Société Mathématique de France.

Numéro 370, 2015

---

*Comité de rédaction*

Ahmed ABBES            Damien GABORIAU  
Viviane BALADI        Michael HARRIS  
Gérard BESSON        Fabrice PLANCHON  
Laurent BERGER        Pierre SCHAPIRA  
Philippe BIANE        Bertrand TOËN  
Hélène ESNAULT  
                              Éric VASSEROT (dir.)

*Diffusion*

Maison de la SMF	Hindustan Book Agency	AMS
Case 916 - Luminy	O-131, The Shopping Mall	P.O. Box 6248
13288 Marseille Cedex 9	Arjun Marg, DLF Phase 1	Providence RI 02940
France	Gurgaon 122002, Haryana	USA
smf@smf.univ-mrs.fr	Inde	www.ams.org

*Tarifs*

*Vente au numéro* : 98 € (\$147)

*Abonnement* Europe : 650 €, hors Europe : 689 € (\$1033)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

*Secrétariat : Nathalie Christiaën*

Astérisque

Société Mathématique de France

Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie

75231 Paris Cedex 05, France

Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96

revues@smf.ens.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2015

*Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.*

ISSN 0303-1179

ISBN 978-2-85629-806-0

Directeur de la publication : Marc Peigné

---

**370**

**ASTÉRISQUE**

**2015**

DE LA GÉOMÉTRIE ALGÈBRIQUE  
AUX FORMES AUTOMORPHES (II)

J.-B. BOST, P. BOYER, A. GENESTIER,  
L. LAFFORGUE, S. LYSENKO, S. MOREL, B.C. NGÔ, eds.

**SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE**

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

*J.-B. Bost*

Université Paris-Sud, Département de Mathématiques, Bâtiment 425,  
93405 Orsay Cedex, France. Courriel : [Jean-Benoit.Bost@math.u-psud.fr](mailto:Jean-Benoit.Bost@math.u-psud.fr)

*P. Boyer*

UMR 7539, Institut Galilée, Université Paris 13, 99, avenue Jean-Baptiste Clément,  
93430 Villetaneuse, France. Courriel : [boyer@math.univ-paris13.fr](mailto:boyer@math.univ-paris13.fr)

*A. Genestier*

Institut Élie Cartan, Université de Lorraine, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex,  
France. Courriel : [Alain.Genestier@iecn.u-nancy.fr](mailto:Alain.Genestier@iecn.u-nancy.fr)

*L. Lafforgue*

Institut des Hautes Études Scientifiques, 35, Route de Chartres,  
91440 Bures-sur-Yvette, France. Courriel : [laurent@ihes.fr](mailto:laurent@ihes.fr)

*S. Lysenko*

Institut Élie Cartan, Université de Lorraine, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex,  
France. Courriel : [Sergey.Lysenko@univ-lorraine.fr](mailto:Sergey.Lysenko@univ-lorraine.fr)

*S. Morel*

Department of Mathematics, Princeton University, Fine Hall, Washington Road,  
Princeton, NJ 08544, USA. Courriel : [smorel@math.princeton.edu](mailto:smorel@math.princeton.edu)

*B. C. Ngô*

Department of Mathematics, 5734 University Avenue, Chicago, IL 60637-1514,  
USA. Courriel : [ngo@math.uchicago.edu](mailto:ngo@math.uchicago.edu)

---

**Classification mathématique par sujets (2010).** — 05E05, 11G15, 11G18, 14C30, 14D05, 14D10, 14D20, 14F05, 14F20, 14F30, 14F43, 14G35, 14H52, 14H60, 14J27, 14K10, 14L15, 14L30, 14M27, 20G05, 20G10, 20G41, 20J06, 53C26, 55M35, 55R40, 55S05, 62E17.

**Mots clefs.** — Champ algébrique, champ classifiant, champ quotient, cohomologie, cohomologie des groupes, cohomologie équivariante, cohomologie étale, compactification minimale, de Satake et de Baily-Borel, convolution, correspondance de Langlands géométrique, courbe elliptique, cycles proches, espace algébrique, espaces de modules de fibrés, faisceau-caractère, fibrés de Higgs, formule de localisation, formule de points fixes, groupe algébrique, géométrie algébrique dérivée, groupe exceptionnel, groupe  $p$ -adique, invariants locaux,  $\ell$ -groupe abélien élémentaire, monodromie, nombres de Betti, opération de Steenrod, presque caractère, prolongement intermédiaire, représentation unipotente, structure de niveau Iwahori, surface elliptique, théorème de Lefschetz difficile types CM généralisés, uniformisation  $p$ -adique, variété de carquois, variété hyperkählérienne, variétés de Shimura, variétés de Siegel.

---

*À l'occasion du soixantième anniversaire de Gérard Laumon, ses anciens étudiants, avec l'aide bienveillante de Jean-Benoît Bost, ont organisé une conférence dont voici les actes.*

*Ils saisissent l'occasion de cette publication pour lui témoigner leur reconnaissance pour ce qu'ils ont reçu de lui au fil des innombrables heures qu'il leur a consacrées et pour l'extraordinaire intuition dont il a fait preuve dans le choix des sujets qu'il leur a proposés.*

*Gérard Laumon pratique les mathématiques avec un enthousiasme et un bonheur qu'il a su communiquer à ses étudiants et partager avec d'autres mathématiciens. Les éditeurs espèrent que ce volume, qui comprend aussi bien des contributions de mathématiciens ayant influencé Gérard Laumon que d'autres qu'il a influencés, et dont le contenu est à la fois profond et foisonnant, reflète bien la diversité et l'unité de son itinéraire mathématique.*



# DE LA GÉOMÉTRIE ALGÈBRIQUE AUX FORMES AUTOMORPHES (II)

Une collection d'articles en l'honneur  
du soixantième anniversaire  
de Gérard Laumon

édité par Jean-Benoît Bost, Pascal Boyer, Alain Genestier,  
Laurent Lafforgue, Sergey Lysenko, Sophie Morel,  
Báo Châu Ngô

**Résumé.** — Ce volume rassemble la seconde partie des Actes de la conférence qui s'est tenue à l'Université de Paris-Sud, Orsay, du 25 au 29 juin 2012, à l'occasion du soixantième anniversaire de Gérard Laumon.

Les thèmes abordés reflètent la diversité et la richesse des travaux et des centres d'intérêt de Gérard Laumon : cohomologie étale des schémas et des champs, faisceaux  $\ell$ -adiques et transformation de Fourier, faisceaux caractères, correspondance de Langlands classique et géométrique, formule des traces de Grothendieck-Lefschetz, formule des traces d'Arthur-Selberg, variétés de Shimura, fibrés de Higgs et fibration de Hitchin, ...

**Abstract (From algebraic geometry to automorphic forms (II). A collection of articles in honor of the 60th birthday of Gérard Laumon).** — This volume gathers the second part of the proceedings of the conference held at Paris-Sud university, Orsay, from June 25 to June 29, 2012 to celebrate Gérard Laumon's sixtieth birthday.

The range of subjects covered reflects the diversity and richness of the works and interests of Gérard Laumon: étale cohomology of schemes and stacks,  $\ell$ -adic sheaves and Fourier transform, character sheaves, classic and geometric Langlands correspondence, Grothendieck-Lefschetz trace formula, Arthur-Selberg trace formula, Shimura varieties, Higgs fibre bundles and Hitchin fibration, ...





# TABLE DES MATIÈRES

<b>Résumés des articles</b> .....	xi
<b>Abstracts</b> .....	xv
D. GAITSGORY — <i>Outline of the proof of the geometric Langlands conjecture for <math>GL_2</math></i> .....	1
Introduction.....	1
1. A roadmap to the contents.....	15
2. The theory of singular support.....	24
3. Statement of the categorical geometric Langlands conjecture.....	34
4. The Hecke action.....	38
5. The Whittaker model.....	47
6. Parabolic induction.....	62
7. The degenerate Whittaker model.....	75
8. The extended Whittaker model.....	82
9. The gluing procedure.....	87
10. Compatibility with Kac-Moody localization and opers.....	94
11. The proof modulo the conjectures.....	102
References.....	110
T. HAUSEL & F. RODRIGUEZ VILLEGAS — <i>Cohomology of large semiprojective hyperkähler varieties</i> .....	113
1. Semiprojective varieties.....	115
2. Arithmetic harmonic analysis on symplectic quotients: the microscopic picture.....	124
3. Visual distribution of Betti numbers: the big picture.....	131
4. Asymptotic shape of Betti numbers: the macroscopic picture.....	136
5. Results and speculations on the asymptotics of discrete distributions.....	148
6. Appendix.....	150
References.....	152

J. HEINLOTH — <i>A conjecture of Hausel on the moduli space of Higgs bundles on a curve</i> .....	157
1. Introduction.....	157
2. Some properties of the moduli space of Higgs bundles and its cohomology..	158
3. The conjecture of Hausel and Rodriguez-Villegas.....	162
4. A variant of Hitchin’s approach to the cohomology.....	165
References.....	174
L. ILLUSIE — <i>Elementary abelian <math>\ell</math>-groups and mod <math>\ell</math> equivariant étale cohomology algebras</i> .....	177
1. Finite $\ell$ -group actions, fixed point sets and localizations.....	178
2. Quotient stacks and equivariant cohomology algebras: finiteness theorems..	180
3. The amalgamation and stratification theorems.....	183
4. A stack-theoretic reformulation of the amalgamation theorem, and a generalization.....	189
5. Outline of proof of 4.4.....	193
References.....	194
N. M. KATZ — <i>Elliptic convolution, <math>G_2</math>, and elliptic surfaces</i> .....	197
1. Elliptic sums.....	197
2. Elliptic equidistribution.....	198
3. The search for $G_2$ .....	200
4. Beauville families of elliptic curves.....	200
5. $G_2$ as a “usual” monodromy group.....	203
References.....	204
S. KUDLA & M. RAPOPORT — <i>New cases of <math>p</math>-adic uniformization</i> .....	207
1. Introduction.....	207
2. Generalized CM-types.....	213
3. Local invariants.....	214
4. Formulation of the moduli problem.....	219
5. Uniformizing primes.....	224
6. Integral uniformization.....	227
7. Rigid-analytic uniformization.....	235
8. Appendix: Twisted unitary similitude groups.....	238
References.....	240
G. LUSZTIG — <i>Unipotent almost characters of simple <math>p</math>-adic groups</i> .....	243
0. Introduction.....	243
1. Preliminaries on character sheaves on disconnected groups.....	245
2. Co-standard representations of certain (extended) affine Weyl groups.....	247
3. The main construction.....	252
4. Examples.....	260