

Revue d'Histoire des Mathématiques



*L'originalité de Poincaré en mécanique céleste :
pratique des solutions périodiques dans un réseau de textes*

Tatiana Roque

Tome 21 Fascicule 1

2 0 1 5

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

RÉDACTION

Rédacteur en chef :

Norbert Schappacher

Rédacteur en chef adjoint :

Philippe Nabonnand

Membres du Comité de rédaction :

Alain Bernard
Frédéric Brechenmacher
Maarten Bullynck
Sébastien Gandon
Hélène Gispert
Catherine Goldstein
Jens Høyrup
Agathe Keller
Marc Moyon
Karen Parshall
Tatiana Roque
Dominique Tournès

Directeur de la publication :

Marc Peigné

COMITÉ DE LECTURE

Philippe Abgrall
June Barrow-Green
Umberto Bottazzini
Jean Pierre Bourguignon
Aldo Brigaglia
Bernard Bru
Jean-Luc Chabert
François Charette
Karine Chemla
Pierre Crépel
François De Gandt
Moritz Epple
Natalia Ermolaëva
Christian Gilain
Jeremy Gray
Tinne Hoff Kjeldsen
Jesper Lützen
Antoni Malet
Irène Passeron
Christine Proust
David Rowe
Ken Saito
S. R. Sarma
Erhard Scholz
Reinhard Siegmund-Schultze
Stephen Stigler
Bernard Vitrac

Secrétariat :

Nathalie Christiaën
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96
Mél : rhmsmf@ihp.fr / URL : <http://smf.emath.fr/>

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs : Prix public Europe : 87 €; prix public hors Europe : 96 €;
prix au numéro : 43 €.
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9
Hindustan Book Agency, O-131, The Shopping Mall, Arjun Marg, DLF
Phase 1, Gurgaon 122002, Haryana, Inde
AMS, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940 USA

L'ORIGINALITÉ DE POINCARÉ EN MÉCANIQUE CÉLESTE :
PRATIQUE DES SOLUTIONS PÉRIODIQUES
DANS UN RÉSEAU DE TEXTES

TATIANA ROQUE

RÉSUMÉ. — Nous étudions l'originalité des propositions de Henri Poincaré en mécanique céleste et leur réception par ses contemporains. La méthode des *réseaux* de textes permet de cerner une *pratique des solutions périodiques* circulant dans des articles écrits par des auteurs de différentes nationalités, travaillant pour des institutions variées et publiant dans divers journaux. En adoptant une plus petite échelle d'analyse, nous repérons certains des effets que les suggestions de Poincaré ont eus et qui se font sentir bien avant qu'une théorie des systèmes dynamiques ne voie le jour. En particulier, des travaux comme ceux de George Hill et George Darwin semblent de première importance si l'on veut comprendre l'appropriation des propositions de Poincaré. Les conclusions que nous avons obtenues nous amènent à réviser la façon de s'interroger sur l'histoire des mathématiques, en particulier sur l'originalité et la réception des idées d'un mathématicien.

ABSTRACT (Poincaré's originality in Celestial Mechanics: the practice of periodic solutions in a text network)

We study the originality of Henri Poincaré's approach to celestial mechanics and its reception by specialists at the time. The method of *networks* of texts enables us to map out a *practice of periodic solutions* that circulated among articles written by authors of different nationalities, working in distinct institutions and publishing in various journals. Reading the texts in detail, we focus our

Texte reçu le 31 décembre 2013, révisé le 7 mai 2014, accepté le 4 juillet 2014.

T. ROQUE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Ilha do Fundão, Archives Poincaré - Nancy.

Courrier électronique : tati@im.ufrj.br

Mots clés : Poincaré, solutions périodiques, pratique, réseau de textes.

Je remercie vivement tous ceux qui ont lu le manuscrit, l'ayant enrichi par des suggestions déterminantes : Philippe Nabonnand, Norbert Schappacher, les rapporteurs anonymes et tout particulièrement, Frédéric Brechenmacher et Catherine Goldstein, qui m'ont suggéré un cadre méthodologique nouveau pour présenter une recherche que je mène depuis longtemps.

analysis on a smaller scale and identify some effects of Poincaré's suggestions long before the birth of the theory of dynamical systems. In particular, men like George Hill and George Darwin become especially important to understand how Poincaré's propositions were appropriated. Our conclusions lead to a fresh discussion of the originality and the reception of an author's ideas in the history of mathematics.

1. INTRODUCTION

Notre question de départ était la *réception* des méthodes que Henri Poincaré (1854-1912) a proposées pour la mécanique céleste. Son traitement des problèmes classiques, comme celui des trois corps, est reconnu aujourd'hui comme étant nouveau à son époque. On en prend pour exemples son mémoire couronné par le prix du roi de Suède « Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique » [Poincaré 1890]¹ et son livre *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste* [Poincaré 1892-1899].

De nos jours, le caractère novateur de la démarche de Poincaré est associé à une approche qualitative des équations différentielles et aux notions topologiques qu'il aurait employées dans cette approche. Le mémoire « Sur les courbes définies par une équation différentielle », publié en quatre parties entre 1881 et 1886 ([Poincaré 1881], [Poincaré 1882], [Poincaré 1885] et [Poincaré 1886]), antérieurement donc aux textes évoqués plus haut, est souvent mentionné comme étant à l'origine de cette approche. Plus précisément, l'originalité de Poincaré tiendrait surtout à trois aspects de ses travaux : la description des voisinages des singularités, classifiées en *nœuds*, *cols*, *foyers* et *centres*; l'étude de la distribution de telles singularités sur une surface à l'aide de la caractéristique d'Euler; la classification des solutions possibles d'un système différentiel en deux dimensions.

Après Poincaré, la plupart des historiens passent directement à George David Birkhoff (1884-1944), considéré comme le premier héritier de Poincaré en systèmes dynamiques. Il est vrai que Birkhoff a fourni dès 1913 la première démonstration du « dernier théorème géométrique » [Birkhoff 1913], proposé par Poincaré en 1912. Toutefois, le jeune mathématicien qu'était alors Birkhoff n'avait pas encore formulé les notions qui constitueraient le domaine appelé plus tard « systèmes dynamiques ». Ceci ne se

¹ L'histoire des deux versions du mémoire soumis à la compétition et les nouveaux résultats qu'elles contiennent a été racontée en détail par June Barrow-Green dans [Barrow-Green 1997].

produisit qu'au cours des années 1920 comme on l'observe notamment dans [Birkhoff 1927].

Amy Dahan-Dalmedico et David Aubin ont souligné que les histoires portant de *longue durée* de la théorie des systèmes dynamiques se focalisent d'habitude sur quelques moments-clés [Aubin & Dahan-Dalmedico 2002], dont l'un des plus mentionnés, relativement à la période antérieure aux années 1920, concerne l'usage que fait Birkhoff de techniques modernes de topologie dans l'étude des systèmes dynamiques. L'objectif de Dahan-Dalmedico et Aubin était, comme le nôtre, de remettre en question une telle vision par une approche historiographique plus élaborée, mais ils se sont intéressés à des périodes plus récentes que celle qui retiendra ici notre attention.

En examinant la production de la fin du XIX^e et du tout début du XX^e siècle, nous montrons que présenter la réception des idées de Poincaré comme une simple ligne droite joignant Poincaré à Birkhoff serait une simplification abusive. Et ce, d'autant plus, nous le verrons, que les deux mathématiciens sont séparés par un océan et que leurs activités de recherche principales sur ce sujet sont éloignées d'au moins deux décennies. De plus, nous critiquons les tentatives de caractériser la nouveauté de la démarche de Poincaré par l'emploi de la topologie. Entre 1881 et 1899, dans la période où il publie les textes en question ici, il serait difficile de dire ce qu'était la topologie même pour Poincaré. C'est à la fin du siècle seulement, en 1895, qu'il a publié son article sur l'*Analysis Situs* [Poincaré 1895], celui-ci étant inspiré, de l'aveu même de Poincaré, par des questions issues de ses recherches en mécanique céleste.

Comment caractériser alors l'originalité de Poincaré dans les termes propres à son époque (en évitant les éclairages rétrospectifs) ? Répondre à cette question est indispensable pour comprendre la réception de ses travaux. Jusqu'ici, les commentaires historiques ont surtout mis l'accent sur la « nouveauté » de la démarche de Poincaré pour souligner la singularité et le caractère visionnaire de son travail. Mais comment parler de nouveauté sans se pencher d'abord sur la façon dont les praticiens de la mécanique céleste de son époque ont interprété et employé les propositions de Poincaré ?

Une première lecture des rapports écrits immédiatement après la publication du mémoire « Sur les problème des trois corps », et dont le nombre augmenta après la parution du premier tome des *Méthodes nouvelles*, témoigne d'une réaction positive à ces ouvrages. Les réflexions de Poincaré sur la non-convergence des séries qui expriment les mouvements des astres sont célébrées en tant qu'elles apportent plus de rigueur