

**DIMENSION TOPOLOGIQUE  
ET SYSTÈMES DYNAMIQUES**

**Michel Coornaert**

### Comité de rédaction

Jean-Benoît BOST  
François LOESER

Joseph OESTERLÉ

Daniel BARLET (dir.)

### Diffusion

Maison de la SMF  
B.P. 67  
13274 Marseille Cedex 9  
France  
smf@smf.univ-mrs.fr

AMS  
P.O. Box 6248  
Providence RI 02940  
USA  
www.ams.org

EDP Sciences  
17, avenue du Hoggar  
91944 les Ulis cedex A  
France  
www.edpsciences.com

### Tarifs 2005

*Vente au numéro* : 26 € (\$37)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

### Secrétariat : Nathalie Christiaën

Cours Spécialisés  
Société Mathématique de France  
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris Cedex 05, France  
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96  
revues@smf.ens.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2005

*Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.*

ISSN 1284-6090

ISBN 2-85629-177-5

Directrice de la publication : Marie-Françoise ROY

**COURS SPÉCIALISÉS 14**

**DIMENSION TOPOLOGIQUE  
ET SYSTÈMES DYNAMIQUES**

**Michel Coornaert**

**Société Mathématique de France 2005**



*Pour ma fille Nathalie*



## TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos .....	xi
<b>Première partie</b>	
<b>Dimension topologique .....</b>	<b>1</b>
<b>1. Dimension d'un espace topologique .....</b>	<b>3</b>
1.1. Définition de la dimension topologique .....	3
1.2. Dimension des sous-espaces fermés .....	7
1.3. Dimension des espaces connexes .....	8
1.4. Dimension des espaces métriques compacts .....	9
1.5. Espaces normaux .....	11
1.6. Dimension des espaces normaux .....	13
1.7. Le théorème de l'union dénombrable .....	16
1.8. Dimension des sous-espaces d'un espace métrisable .....	18
Notes sur le chapitre 1 .....	19
Exercices sur le chapitre 1 .....	20
<b>2. Espaces de dimension nulle .....</b>	<b>23</b>
2.1. L'ensemble de Cantor .....	23
2.2. Espaces éparpillés .....	26
2.3. Éparpillement des espaces de dimension 0 .....	28
2.4. Espaces de Lindelöf .....	29
2.5. Espaces totalement discontinus .....	34
2.6. Espaces totalement séparés .....	35
2.7. Espaces séparés compacts de dimension 0 .....	37
2.8. Espaces métrisables séparables de dimension 0 .....	38
2.9. Espaces compacts métrisables de dimension 0 .....	38
Notes sur le chapitre 2 .....	39
Exercices sur le chapitre 2 .....	40

<b>3. Dimension des polyèdres</b> .....	41
3.1. Complexes simpliciaux de $\mathbb{R}^n$ .....	41
3.2. Étoiles ouvertes .....	44
3.3. Subdivisions barycentriques .....	45
3.4. Le lemme de Lebesgue .....	50
3.5. Complexes simpliciaux abstraits .....	54
Notes sur le chapitre 3 .....	55
Exercices sur le chapitre 3 .....	56
<b>4. Dimension et applications</b> .....	57
4.1. Partitions de l'unité dans les espaces normaux .....	57
4.2. Nerf d'un recouvrement .....	59
4.3. Applications $\alpha$ -compatibles .....	60
4.4. Applications $\varepsilon$ -injectives .....	62
4.5. Définition de $\dim_\varepsilon(X, d)$ .....	64
4.6. Plongements euclidiens des espaces de dimension finie .....	65
Notes sur le chapitre 4 .....	68
Exercices sur le chapitre 4 .....	69
<b>5. Quelques contre-exemples</b> .....	71
5.1. L'ensemble des points rationnels de l'espace de Hilbert .....	71
5.2. L'éventail de Knaster-Kuratowski .....	74
5.3. Un espace dénombrable connexe et séparé .....	76
5.4. La planche de Tychonoff .....	78
Notes sur le chapitre 5 .....	82
Exercices sur le chapitre 5 .....	82
<b>Deuxième partie</b>	
<b>Dimension topologique moyenne</b> .....	85
<b>6. Dimension topologique moyenne</b> .....	87
6.1. Joint de deux recouvrements .....	87
6.2. Suites sous-additives .....	88
6.3. Définition de la dimension topologique moyenne .....	89
6.4. Premières propriétés .....	91
6.5. Interprétation métrique .....	93
Notes sur le chapitre 6 .....	95
Exercices sur le chapitre 6 .....	96
<b>7. Décalages et sous-décalages</b> .....	97
7.1. Décalages .....	97
7.2. Décalages sur les polyèdres .....	99
7.3. Dimension projective moyenne d'un sous-décalage .....	101
7.4. Sous-décalages de type fini .....	102
7.5. Sous-décalages de type bloc .....	103



7.6. Construction de sous-décalages de dimension topologique moyenne donnée .....	104
Notes sur le chapitre 7 .....	107
Exercices sur le chapitre 7 .....	107
<b>8. Plongements dans les décalages</b> .....	109
8.1. Généralités .....	109
8.2. Plongements dans les décalages .....	110
8.3. Le théorème de Jaworski .....	112
8.4. Contre-exemples de Lindenstrauss-Weiss .....	114
Notes sur le chapitre 8 .....	120
Exercices sur le chapitre 8 .....	121
<b>Bibliographie</b> .....	123
<b>Index</b> .....	127

