

Revue d'Histoire des Mathématiques



*Étienne Bézout : Analyse algébrique
au siècle des Lumières*

Liliane Alfonsi

Tome 14 Fascicule 2

2 0 0 8

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Ministère de la culture et de la communication (DGLFLF) et du Centre national de la recherche scientifique

REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

RÉDACTION

Rédactrice en chef :

Jeanne Peiffer

Rédacteur en chef adjoint :

Philippe Nabonnand

Membres du Comité de rédaction :

Michel Armatte

Liliane Beaulieu

Bruno Belhoste

Alain Bernard

Jean Celeyrette

Olivier Darrigol

Anne-Marie Décaillot

Marie-José Durand-Richard

Étienne Ghys

Christian Gilain

Jens Hoyrup

Agathe Keller

Karen Parshall

Dominique Tournès

Secrétariat :

Nathalie Christiaën

Société Mathématique de France

Institut Henri Poincaré

11, rue Pierre et Marie Curie

75231 Paris Cedex 05

Tél. : (33) 01 44 27 67 99

Fax : (33) 01 40 46 90 96

Mél : revues@smf.ens.fr

Url : <http://smf.emath.fr/>

Directeur de la publication :

Stéphane Jaffard

COMITÉ DE LECTURE

P. Abgrall France

J. Barrow-Greene Grande-Bretagne

U. Bottazzini Italie

J.-P. Bourguignon France

A. Brigaglia Italie

B. Bru France

P. Cartier France

J.-L. Chabert France

F. Charette France

K. Chemla France

P. Crépel France

F. De Gandt France

S. Demidov Russie

M. Epple Allemagne

N. Ermolaëva Russie

H. Gispert France

C. Goldstein France

J. Gray Grande-Bretagne

E. Knobloch Allemagne

T. Lévy France

J. Lützen Danemark

A. Malet Catalogne

I. Pantin France

I. Passeron France

D. Rowe Allemagne

C. Sasaki Japon

K. Saito Japon

S.R. Sarma Inde

E. Scholz Allemagne

S. Stigler États-Unis

B. Vitrac France

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs 2008 : prix public Europe : 65 €; prix public hors Europe : 74 €;

prix au numéro : 36 €.

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, B.P. 67, 13274 Marseille Cedex 9

AMS, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940 USA

ÉTIENNE BÉZOUT : ANALYSE ALGÈBRIQUE AU SIÈCLE DES LUMIÈRES

LILIANE ALFONSI

RÉSUMÉ. — Le but de cet article, à travers l'étude des travaux en analyse algébrique finie d'Étienne Bézout (1730-1783), est de mieux faire connaître ses résultats, tels qu'il les a effectivement trouvés, et de mettre en valeur aussi bien les points de vue novateurs que les méthodes originales, mis en œuvre à cet effet. L'idée de ramener le problème de l'élimination d'une ou plusieurs inconnues à l'étude d'un système d'équations du premier degré, son utilisation inhabituelle des coefficients indéterminés qu'il ne calcule pas mais dont seuls l'existence et le nombre l'intéressent, une façon très personnelle de trouver la résultante de deux équations et enfin l'idée d'étudier, dans leur ensemble, les sommes de produits de polynômes, font partie des approches et des démarches de Bézout que nous nous proposons d'exposer dans cette étude.

ABSTRACT (Étienne Bézout: Algebraic Analysis at the Age of Enlightenment)

The topic of this paper is, on the one hand to introduce algebraic analysis results of Étienne Bézout (1730-1783) not as we know them today but as he found them in his time, and on the other hand to emphasize his innovating viewpoints. We will be concerned with Bezout special way of reducing elimination for any degree systems to finding conditions for linear systems solutions, with his typical use of indeterminate coefficients that he doesn't compute but

L. ALFONSI, Université Pierre-et-Marie-Curie (Paris 6), institut de mathématiques de Jussieu (UMR 7586), Histoire des sciences mathématiques, 175, rue du Chevaleret, F-75013 Paris, France.

Courrier électronique : alfonsi@math.jussieu.fr

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A50, 12D05, 14O3, 15A15.

Mots clefs : Analyse algébrique, Bézoutien, coefficients indéterminés, déterminant, élimination, équations algébriques, géométrie algébrique, linéarité, Bézout, Cramer, Euler, Sylvester.

Key words and phrases. — Algebraic analysis, algebraic equations, algebraic geometry, Bezoutiant, elimination, determinant, indeterminate coefficients, linearity, Bézout, Cramer, Euler, Sylvester.

looks only for existence and number, with his idea to work on set of polynomials products sums, and with a very personal method to found two equations resultant.

1. INTRODUCTION

Le nom d'Étienne Bézout (1730-1783) est passé à la postérité grâce à deux théorèmes — l'un sur le nombre de points d'intersection des courbes et des surfaces, l'autre, plus connu sous le nom d'« identité », sur les polynômes premiers entre eux — et à son cours de mathématiques, qui a servi de référence à plusieurs générations d'élèves.

Jusque-là, ces résultats et ce cours, sortis de leur contexte, n'avaient suscité aucune étude approfondie sur Étienne Bézout, véritable inconnu célèbre¹. Sa vie, sa personnalité, aussi bien que son œuvre mathématique et didactique n'avaient fait l'objet que de quelques courts écrits ([Condorcet 1786], [Grabiner 1970]) traitant rapidement et partiellement de l'un ou l'autre de ces aspects, quelquefois de façon erronée ([Vinot 1883], [Lhuillier 1886], [Petit 1930]). C'est à cette carence que nous avons voulu remédier en écrivant une biographie scientifique [Alfonsi 2005] à laquelle on pourra se reporter.

Étienne Bézout est né le 31 mars 1730 à Nemours². Après l'obtention de la maîtrise es arts, il s'installe à Paris vers 1750 comme maître de mathématiques et fréquente rapidement le monde des mathématiciens et des académiciens français [Alfonsi 2005, p. 19–34]. Influencé par d'Alembert,

¹ Une illustration de cela est l'hésitation persistante sur l'orthographe même de son nom, Bezout ou Bézout. Nous avons choisi d'orthographier Bézout (avec un accent sur le e et un t) pour respecter son propre choix : cette orthographe est celle de la signature d'Étienne après 1765 et de ses textes imprimés après 1770. Lui-même et les siens signaient Bezout avant 1765, et c'est ainsi qu'est écrit son nom dans les textes imprimés d'avant 1769. Si dans les archives notariales, le nom est toujours Bezout, en revanche dans les registres paroissiaux, on trouve deux écritures : Bezou (le plus souvent) ou Bezout. Cela ne semble pas avoir paru important au propre père d'Étienne, qui signe Bezout des actes dans lesquels son nom est écrit sans t.

² Une erreur, sans doute typographique, sur son année de naissance (1739 au lieu de 1730) figure dans l'article du *DSB* [Grabiner 1970].

il travaille dans un premier temps (1755-1760) sur des problèmes de mécanique et de calcul intégral³ et dans ce dernier domaine, on peut déjà remarquer [Alfonsi 2005, p. 38-41, 45-47] son choix d'une approche très algébrique pour résoudre des questions de calcul infinitésimal. Son goût pour la théorie des équations algébriques va se préciser à partir de 1762 et, ses responsabilités très lourdes d'organisateur et d'examineur d'écoles militaires (Marine à partir de 1764, Artillerie à partir de 1768) l'obligeant par manque de temps à faire un choix, il va se consacrer entièrement à ce domaine.

L'étude de ses travaux nous a amenés à nous interroger sur la spécificité de la démarche mathématique d'Étienne Bézout, académicien, enseignant et chercheur au siècle des Lumières et c'est ce sujet que nous aborderons dans cet article : quels sont exactement les résultats trouvés ? Quelles sont ses problématiques et ses méthodes ? Quelle est sa part d'originalité et d'innovation dans son approche des problèmes et dans les moyens mis en œuvre pour les résoudre ? Dans quel contexte intellectuel et professionnel ses recherches eurent-elles lieu ? Telles sont les questions auxquelles nous allons tâcher d'apporter des éléments de réponse. Nous allons nous intéresser ici, uniquement, aux travaux de Bézout en analyse algébrique finie⁴, domaine auquel il a consacré l'essentiel de sa recherche⁵ et où son originalité apparaît le mieux.

³ Voir [Bézout 1760 ; 1763].

⁴ « L'analyse est divisée, par rapport à son objet, en analyse des quantités finies, & analyse des quantités infinies. L'analyse des quantités finies est ce que nous appelons autrement arithmétique spéculative ou algèbre. L'analyse des quantités infinies [...] est celle qui calcule les rapports des quantités qu'on prend pour infinies ou infiniment petites » [Encyclopédie I, 1751, article « analyse »]. L'analyse algébrique finie est donc essentiellement l'étude des équations polynomiales, tandis que l'analyse infinitésimale comprend le calcul différentiel et intégral. Cependant les objets comportant un nombre infini d'opérations, comme les séries, étaient aussi traitées alors de manière algébrique et on a pu parler d'« analyse algébrique » pour qualifier l'ensemble de l'analyse de l'époque, notamment la présentation de Lagrange (voir [Fraser 1987 ; 1989]).

⁵ Pour les autres travaux de Bézout (dynamique, calcul intégral) voir [Alfonsi 2005, p. 35-51].