

# Revue d'Histoire des Mathématiques



*Weyl et la géométrisation de la physique*

Christophe Eckes

**Tome 20 Fascicule 1**

**2 0 1 4**

**SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE**

Publiée avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

# REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

---

## RÉDACTION

**Rédacteur en chef :**  
Norbert Schappacher

**Rédacteur en chef adjoint :**  
Philippe Nabonnand

**Membres du Comité de rédaction :**

Alain Bernard  
Frédéric Brechenmacher  
Maarten Bullynck  
Sébastien Gandon  
Hélène Gispert  
Catherine Goldstein  
Jens Høyrup  
Agathe Keller  
Marc Moyon  
Karen Parshall  
Jeanne Peiffer  
Tatiana Roque  
Sophie Roux  
Dominique Tournès

**Directeur de la publication :**  
Marc Peigné

## COMITÉ DE LECTURE

Philippe Abgrall  
June Barrow-Greene  
Umberto Bottazzini  
Jean Pierre Bourguignon  
Aldo Brigaglia  
Bernard Bru  
Jean-Luc Chabert  
François Charette  
Karine Chemla  
Pierre Crépel  
François De Gandt  
Moritz Epple  
Natalia Ermolaëva  
Christian Gilain  
Jeremy Gray  
Tinne Hoff Kjeldsen  
Jesper Lützen  
Antoni Malet  
Irène Passeron  
Christine Proust  
David Rowe  
Ken Saito  
S. R. Sarma  
Erhard Scholz  
Reinhard Siegmund-Schultze  
Stephen Stigler  
Bernard Vitrac

---

### Secrétariat :

Nathalie Christiaën  
Société Mathématique de France  
Institut Henri Poincaré  
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05  
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96  
Mél : [revues@smf.ens.fr](mailto:revues@smf.ens.fr) / URL : <http://smf.emath.fr/>

---

**Périodicité :** La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

**Tarifs :** Prix public Europe : 80 €; prix public hors Europe : 89 €;  
prix au numéro : 43 €.  
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

**Diffusion :** SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9  
Hindustan Book Agency, O-131, The Shopping Mall, Arjun Marg, DLF  
Phase 1, Gurgaon 122002, Haryana, Inde  
AMS, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940 USA

## WEYL ET LA GÉOMÉTRISATION DE LA PHYSIQUE

CHRISTOPHE ECKES

---

**RÉSUMÉ.** — Dans cet article, nous entendons décrire les rapports entre géométrie et physique dans l'œuvre de Weyl entre la fin des années 1910 et le début des années 1930. À cette fin, nous montrerons tout d'abord que Weyl s'intéresse aux théories relativistes à partir de 1916 via différents protagonistes : Grossmann, Einstein ou encore Hilbert. Minkowski est également une source d'inspiration pour Weyl. Ce dernier est alors convaincu qu'il existe une harmonie préétablie entre les développements de la physique et de la géométrie, illustrée par sa première théorie de jauge. Ensuite, nous souhaitons repérer les points communs, mais aussi les nombreuses divergences entre Hilbert et Weyl en physique mathématique d'un point de vue tant scientifique que philosophique en 1915–1921. Enfin, au cours de la seconde moitié des années 1920, Weyl s'intéresse à la mathématisation de la mécanique quantique et il développe une seconde théorie de jauge. Son épistémologie se caractérise par un tournant empirique. De plus, il est amené à relativiser l'importance de la géométrie (riemannienne et différentielle) pour mathématiser la physique. Il critique par ailleurs frontalement le projet de théorie unitaire fondée sur la notion de parallélisme absolu développé par Einstein.

**ABSTRACT** (Weyl and geometrization of physics). — In this article, we describe the relationships between geometry and physics in Weyl's work between the end of the 1910s and the beginning of the 1930s. To this end, we first show that

---

Texte reçu le 23 octobre 2012, accepté et modifié le 2 avril 2013.

C. ECKES, Laboratoire d'Histoire des Sciences et de Philosophie, Archives Henri-Poincaré, UMR 7117 CNRS – Université de Lorraine, 91 avenue de la Libération – BP 454, F-54001 Nancy Cedex.

Classification mathématique par sujets (2010) : 01A60, 03A05, 53A30, 53B50.

Mots clés : Weyl, Hilbert, Einstein, relativité générale, variétés de Weyl, théories unitaires, théories de jauge.

Key words and phrases. — Weyl, Hilbert, Einstein, general relativity, Weylian manifolds, unified field theories, gauge theories.

Weyl was interested in relativistic theories from 1916 onwards thanks to different actors : Grossmann, Einstein and Hilbert. Minkowski was also a source of inspiration for Weyl. At that time, Weyl was convinced by the idea that there exists a pre-established harmony between the developments of physics and of geometry. His first gauge theory is fully in accordance with this idea. Second, we identify the similarities, but also the numerous differences, between Hilbert and Weyl on the foundations of physics at a scientific and epistemological level between 1915 and 1921. Finally, during the second part of the 1920s, Weyl was interested in the mathematization of quantum mechanics and he developed a second gauge theory. His philosophy is characterized by an empirical turn. Moreover, he was led to relativize the role played by differential and Riemannian geometry in physics. He also criticized Einstein's project of building up a unified field theory based on the geometrical notion of absolute parallelism.

## INTRODUCTION

Les liens entre géométrie et physique jouent un rôle essentiel chez Weyl, tant dans sa pratique de physicien-mathématicien que dans ses réflexions épistémologiques sur les sciences mathématiques et leur rapport à la physique. Cela est particulièrement vrai lorsqu'il participe à la mathématisation de la relativité générale à partir de 1916–1917. Il élabore dès 1918 une théorie unifiée de l'électromagnétisme et de la gravitation qui dérive de ce qu'il appelle une géométrie purement infinitésimale ([Weyl 1918b;c]). Il projette alors de décrire la structure de la matière à partir de ce cadre géométrique élaboré *a priori*, comme en atteste en particulier la troisième édition de *Raum, Zeit, Materie* (1919).

Même si la théorie unitaire de Weyl constitue un point d'ancrage essentiel pour comprendre les rapports qu'il établit entre géométrie et physique, nous ne pouvons pas nous limiter à elle. En effet, les textes qui, dans l'œuvre de Weyl, portent sur la géométrie et ses applications à la physique, ne sont pas restreints à la théorie unitaire qu'on lui doit à la fin des années 1910. Par exemple, il prononce en 1931 à l'université de Cambridge une conférence intitulée « Geometrie und Physik » ; il formule alors une série d'objections contre la théorie unitaire d'Einstein fondée sur la notion de parallélisme absolu ([Weyl 1931]). Or, le point de vue de Weyl sur les rapports entre géométrie et physique a sensiblement changé entre la fin des années 1910 et le début des années 1930. Il nous faudra donc être attentifs à ces changements et savoir les expliciter. Ensuite, il convient de souligner que Weyl est tout sauf un acteur isolé, aussi bien lorsqu'il s'investit en relativité générale à la fin des années 1910 que lorsqu'il s'intéresse à la mécanique quantique dès le milieu des années 1920. On ne peut donc pas

évoquer la « géométrisation de la physique » dans l'œuvre de Weyl en négligeant les productions dues à d'autres acteurs qui ont inspiré Weyl ou dont la démarche est sensiblement différente voire même totalement opposée à celle de Weyl, d'un point de vue tant scientifique qu'épistémologique.

Avant de préciser l'objet du présent article, nous voudrions mettre en évidence la diversité et la complexité des problèmes qui se cachent derrière l'expression « géométrisation de la physique ». Elle repose sur le présupposé suivant : la géométrie interviendrait après coup pour formaliser une théorie physique. Dans cette perspective, on pourrait par exemple parler d'une géométrisation de la relativité restreinte, en nous référant notamment aux conférences prononcées par Minkowski dans les années 1907–1908, soit après les textes fondateurs d'Einstein en relativité restreinte. En première analyse, la théorie unitaire de Weyl ne correspond pas à ce schéma. Il commence par proposer une généralisation de la géométrie riemannienne, parce qu'il estime qu'elle ne constitue pas une géométrie *purement* infinitésimale. Il montre ensuite que sa géométrie correspond au cadre mathématique semble-t-il adéquat pour unifier la gravitation et l'électromagnétisme. Il déduit donc une théorie physique à partir de sa géométrie, conformément au point de vue *aprioriste* et *spéculatif* qui est alors le sien ([Scholz 2011]). Einstein, Reichenbach ou encore Hilbert reprocheront moins à Weyl d'avoir géométrisé une théorie physique que de croire qu'une théorie physique peut se déduire d'un cadre géométrique construit indépendamment de l'expérience (Voir à ce propos la correspondance Einstein / Weyl à la fin des années 1910 et au début des années 1920 qui a été analysée par E. Scholz dans [Scholz 2009] ; Reichenbach critique l'*apriorisme* de Weyl dans [Reichenbach 1920] ; pour sa part, Hilbert montre dans [Hilbert 1991] que la théorie unitaire de Weyl repose sur un processus extrême d'idéalisation).

Ensuite, le terme de « géométrisation » caractérise *un* mode de mathématisation des théories physiques parmi d'autres. Rien n'exclut d'envisager d'autres branches des mathématiques qui participent à la mathématisation d'une théorie physique. Il convient donc de savoir pourquoi Weyl met l'accent sur le domaine de la géométrie, en particulier à la fin des années 1910 et au début des années 1920. Encore faut-il préciser de quelle géométrie il est question. Autrement dit, lorsque l'on parle de « géométrisation de la physique », il est nécessaire de s'entendre sur le type de géométrie et d'espace géométrique que l'on se donne. Or, dans les écrits de Weyl consacrés aux rapports entre la géométrie et la physique, le terme géométrie a un sens relativement circonscrit : il est généralement question de géométrie différentielle, de géométrie riemannienne et des généralisations que