Astérisque

AST

Table des matières

Astérisque, tome 31 (1976), p. 1

<http://www.numdam.org/item?id=AST_1976__31__1_0>

TABLE DES MATIÈRES

RENÉ THOM

Introduction à la dynamique qualitative

Astérisque, tome 31 (1976), p. 3-13
<http://www.numdam.org/item?id=AST_1976__31__3_0>

Introduction à la Dynamique Qualitative

par R. Thom

On se souvient de la célèbre définition du déterminisme dûe à Laplace: si on pouvait, à un instant donné, connaître vitesse et position de toutes les particules composant l'univers, ainsi que les forces qui s'exercent entre elles, on pourrait, en intégrant le système différentiel ainsi obtenu, prévoir l'évolution de tout l'Univers. Outre que la mécanique quantique met fortement en doute une conception aussi atomistique de la matière, une vision aussi globale est plus du ressort de la métaphysique,(voire de la théologie), que des applications pratiques de la Mécanique. Dans toute situation concrète, on a affaire, non à tout l'univers (heureusement!), mais à des objets, à des systèmes relativement limités dans l'espace. De plus, on admet implicitement que deux systèmes spatialement très éloignés exercent entre eux une influence très faible ou nulle; ainsi, au moins en première approximation, on peut considérer chaque système comme isolé, puisant en quelque sorte en lui-même sa propre loi d'évolution. Soit donc (S) un tel système, qu'on caractérisera par sa localisation spatio -temporelle (i.e., le domaine d'espace-temps qu'il occupe).

Une première question s'impose: que pouvons-nous savoir du système (S) ? Il se peut que l'examen macroscopique de (S) ne révèle rien de sa structure interne: c'est le cas si (S) est une "boîte noire". Le système ne nous livrera des informations sur son état que si nous l'interrogeons, par exemple, en le couplant avec un appareil de mesure, ou encore en l'excitant par un apport externe d'énergie qu'il nous restituera qualitativement modifié. Il se peut que le système ne puisse nous fournir que des réponses discrètes; mais, dans la plupart des cas, la réponse à l'interrogation est un (ou plusieurs) nombre(s) réel(s). Par exemple: on mesure la température d'un corps en le couplant avec un thermomètre. On admet dés lors:

1°) La répétition immédiate d'une mesure redonne la même valeur comme résultat. (L'opération de mesurement est un "projecteur").

2°) Il existe un nombre fini de mesures $(a_1, a_2, \ldots, a_k)$, tel que le résultat de toute autre mesure soit une certaine fonction $f(a_1, a_2, \ldots, a_k)$ des mesures (a_i) . Le point de coordonnées a_i dans R^k définit alors l'état du système.

3°) L'ensemble des états $a \in R^k$ effectivement réalisés par le système est décrit localement par un système d'équations différentiables de la forme $G_j(a_i)=0$, où les différentielles dG_j sont linéairement indépendantes. Il en résulte que la totalité des états de (S) forme une variété <u>lisse</u> M , de dimension finie m , communément appelée <u>espace de phase</u> du système.

4°) L'évolution temporelle h_t de l'état a dans M s'obtient par intégration d'un champ de vecteurs X (ou flot) dans M , qu'on suppose en général indépendant du temps.

Il importe de voir que ces axiomes sont extrêmement restrictifs; la Mécanique Quantique nous a habitués à l'idée qu'interroger un système perturbe ce système. Très vraisemblablement un grand nombre de systèmes macroscopiques ne se comportent pas différemment; c'est le cas en théorie des automates, où l'état d'un automate dépend en général de toute son histoire passée. On pourrait très bien envisager des systèmes où l'interrogation non seulement perturberait l'évolution temporelle normale définie par le champ (X) , mais même pourrait avoir un effet sur le plongement de M , ou sur la topologie de M . C'est seulement pour des grandeurs physiques de nature statistique, comme la température, qu'on peut espérer que le mesurement peut se faire par une perturbation arbitrairement petite. Par un paradoxe peu connu on oppose systèmes classiques et systèmes statistiques, en oubliant que le formalisme fin des systèmes mécaniques classiques nécessite précisément une définition statistique des coordonnées de l'espace de phase....

En conclusion, on retiendra qu'on peut définir la Dynamique comme l'étude des actions (différentiables) du temps dans un système; en fait, la Dynamique n'est rien d'autre qu'une théorie générale du vieillissement. Qui pourrait nier qu'il ne s'agisse là d'un problème essentiel?