

# *Astérisque*

MIREILLE MARTIN-DESCHAMPS

DANIEL PERRIN

**Sur la classification des courbes gauches**

*Astérisque*, tome 184-185 (1990)

[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1990\\_\\_184-185\\_\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1990__184-185__1_0)

© Société mathématique de France, 1990, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**184-185**

**ASTÉRISQUE**

**1990**

**SUR LA CLASSIFICATION DES  
COURBES GAUCHES**

**Mireille MARTIN-DESCHAMPS, Daniel PERRIN**

**SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE**

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

**A.M.S. Subjects classification : 14 H 10, 14 H 50, 14 C 03, 14 F 05**

## TABLE DES MATIÈRES

Introduction	3
0 Rappels et notations	
1 Modules	19
2 Faisceaux	22
3 Courbes	23
I Les invariants	
1 Fonctions sur $\mathbf{Z}$	27
2 Les caractères d'une courbe	29
3 Le module de Rao	34
II Les résolutions	
1 Comment construire des courbes avec deux fibrés de rangs $r$ et $r + 1$	37
2 Résolution d'un $\mathbf{R}$ -module gradué de longueur finie	39
3 La résolution de type $E$ de l'idéal d'une courbe	42
4 La résolution de type $N$ de l'idéal d'une courbe	46
5 Application au calcul des invariants	49
6 Lien entre les deux types de résolutions	52
7 Exemples	55
III Biliaison	
1 Rappels sur la liaison	59
2 Biliaison élémentaire	62
3 Variation des invariants	66
4 Variation des résolutions	69
5 Courbes minimales	71
IV Construction des courbes minimales	
1 Sous-modules maximaux d'un $\mathcal{O}_{\mathbf{P}}$ -module	73
2 Deux fonctions de $\mathbf{Z}$ dans $\mathbf{N}$ associées à un $\mathcal{O}_{\mathbf{P}}$ -module	75
3 Existence d'un meilleur sous-fibré maximal d'un $\mathcal{O}_{\mathbf{P}}$ -module sans torsion	79
4 Application aux courbes. Existence de courbes minimales non ACM	86
5 Courbes minimales. Liaison et biliaison	91
6 Méthodes de calcul et exemples	97
V L'image des invariants	
1 Le cas des courbes ACM	111
2 Le cas général	112

VI Stratification du Schéma de Hilbert	
1 Rappels. Cohomologie et changement de base	117
2 Rappels. Action d'un groupe algébrique sur un schéma	120
3 Construction des Schémas de Hilbert à cohomologie constante	120
4 Construction des Schémas de Hilbert à cohomologie et module de Rao	125
constants	
VII Propriétés du Schéma de Hilbert des courbes à cohomologie constante	
1 Etude du morphisme $\widehat{\Phi}$	133
2 Prolongement des résolutions	140
3 Schémas de drapeaux et liaison universelle	144
4 Biliaison universelle	149
VIII Espaces tangents	
1 Rappels	155
2 Espaces tangents à $H_\gamma, H_\sigma, H_{\gamma,\rho}, H_{\gamma,M}$	157
IX Calculs de dimensions	
1 Notations	167
2 Les grands diagrammes	167
3 Calcul de $t_{\gamma,M}$	169
4 Calcul de $t_{\gamma,\rho}$	172
5 Calculs de $t_\gamma, t_\sigma, t_{d,g}$	173
6 Quelques méthodes de calcul	173
7 Un exemple : les courbes de degré 8 et genre 5	178
8 Annexe : une variante pour le calcul des dimensions	184
X Un exemple : la classe de deux droites	
1 Description des résolutions	185
2 Calcul de certains groupes Ext	186
3 Calculs des dimensions des espaces tangents	187
4 Les lemmes de généralisation simplifiante	188
5 Description des Schémas de Hilbert	190
XI Analyse d'une pathologie : les courbes de degré 14 et genre 24	
1 Les trois familles principales de $H_{14,24}$	195
2 La stratification de $H_{14,24}$ , les schémas $H_{\gamma,\rho}$	198
3 La stratification de $H_{14,24}$ , suite, les schémas $H_\gamma$ et $H_\sigma$	200
4 Une composante exotique	204
Références bibliographiques	205