

455

ASTÉRISQUE

2025

DECOMPOSITION OF THE DIAGONAL,
INTERMEDIATE JACOBIANS,
AND UNIVERSAL CODIMENSION-2 CYCLES
IN POSITIVE CHARACTERISTIC

J. D. Achter, S. Casalaina-Martin & C. Vial

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Astérisque est un périodique de la Société Mathématique de France.

Numéro 455, 2025

Comité de rédaction

Marie-Claude ARNAUD Alexandru OANCEA
Christophe BREUIL Nicolas RESSAYRE
Eleonore DI NEZZA Rémi RHODES
Colin GUILLARMOU Sylvia SERFATY
Alessandra IOZZI Sug WOO SHIN
Eric MOULINES
Antoine CHAMBERT-LOIR (dir.)

Diffusion

Maison de la SMF AMS
Case 916 - Luminy P.O. Box 6248
13288 Marseille Cedex 9 Providence RI 02940
France USA
commandes@smf.emath.fr <http://www.ams.org>

Tarifs

Vente au numéro : 46 € (\$ 69)
Abonnement Europe : 818 €, hors Europe : 889 € (\$ 1 333)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat

Astérisque
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Fax: (33) 01 40 46 90 96
asterisque@smf.emath.fr • <http://smf.emath.fr/>

© Société Mathématique de France 2025

Tous droits réservés (article L 122-4 du Code de la propriété intellectuelle). Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'éditeur est illicite. Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L 335-2 et suivants du CPI.

ISSN: 0303-1179 (print) 2492-5926 (electronic)
ISBN 978-2-37905-200-2
doi:10.24033/ast.1244

Directeur de la publication : Isabelle Gallagher

455

ASTÉRISQUE

2025

DECOMPOSITION OF THE DIAGONAL,
INTERMEDIATE JACOBIANS,
AND UNIVERSAL CODIMENSION-2 CYCLES
IN POSITIVE CHARACTERISTIC

J. D. Achter, S. Casalaina-Martin & C. Vial

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Jeffrey D. Achter

Colorado State University, Department of Mathematics, Fort Collins, CO 80523, USA
j.achter@colostate.edu

Sebastian Casalaina-Martin

University of Colorado, Department of Mathematics, Boulder, CO 80309, USA
casa@math.colorado.edu

Charles Vial

Universität Bielefeld, Germany
vial@math.uni-bielefeld.de

Soumis le 15 juillet 2020, accepté le 6 décembre 2023.

Mathematical Subject Classification (2010). – 14C25, 14E08, 14F20, 14G17, 14K30, 14J30, 14M20.

Keywords. – Stable rationality, decomposition of the diagonal, intermediate Jacobians, algebraic representatives, universal cycle, positive characteristic.

Mots-clefs. – Rationalité stable, décomposition de la diagonale, jacobiniennes intermédiaires, représentants algébriques, cycle universel, caractéristique positive.

*To Lev and Naomi;
to Elijah and Jacob; and
to Joseph, Antonin and Margaux*

**DECOMPOSITION OF THE DIAGONAL,
INTERMEDIATE JACOBIANS,
AND UNIVERSAL CODIMENSION-2 CYCLES
IN POSITIVE CHARACTERISTIC**

by

J. D. Achter, S. Casalaina-Martin & C. Vial

Abstract. – We consider the connections among algebraic cycles, Abelian varieties, and stable rationality of smooth projective varieties in positive characteristic. Recently Voisin constructed two new obstructions to stable rationality for rationally connected complex projective threefolds by giving necessary and sufficient conditions for the existence of a cohomological decomposition of the diagonal. In this paper, we show how to extend these obstructions to rationally chain connected threefolds in positive characteristic via ℓ -adic cohomological decomposition of the diagonal. This requires extending results in Hodge theory regarding intermediate Jacobians and Abel-Jacobi maps to the setting of algebraic representatives. For instance, we show that the algebraic representative for codimension-two cycle classes on a geometrically stably rational threefold admits a canonical auto-duality, which in characteristic zero agrees with the principal polarization on the intermediate Jacobian coming from Hodge theory. As an application, we extend a result of Voisin, and show that in characteristic greater than two, a desingularization of a very general quartic double solid with seven nodes does not admit a universal codimension-two cycle class. In the process, we establish some results on the moduli space of nodal degree-four polarized K3 surfaces in positive characteristic.

Résumé. (Décomposition de la diagonale, jacobiniennes intermédiaires, et cycles universels de codimension 2 en caractéristique positive). – Nous examinons les relations entre cycles algébriques, variétés abéliennes, et la propriété de rationalité stable pour les variétés projectives et lisses en caractéristique positive. Récemment, Voisin a exhibé deux nouvelles obstructions à la rationalité stable pour les solides projectifs complexes rationnellement connexes en donnant des conditions nécessaires et suffisantes à l'existence d'une décomposition cohomologique de la diagonale. Dans cet article, nous montrons comment étendre ces obstructions aux solides projectifs rationnellement connexes par chaîne en caractéristique positive en utilisant la cohomologie ℓ -adique.