Mémoires

de la SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Numéro 184
Nouvelle série

GLOBAL NONLINEAR STABILITY OF MINKOWSKI SPACE FOR SPACELIKE-CHARACTERISTIC INITIAL DATA

O. GRAF

2 0 2 5

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
`commandes@smf.emath.fr`

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
`www.ams.org`

Tarifs

Vente au numéro : 72 € ($ 108)
Abonnement électronique : 128 € ($ 192)
Abonnement avec supplément papier : 220 €, hors Europe : 265 € ($ 397)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat

Mémoires de la SMF
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
`memoires@smf.emath.fr` • `http://smf.emath.fr/`

ISSN papier 0249-633-X ; électronique : 2275-3230

ISBN 978-2-37905-207-1

`doi:10.24033/msmf.491`

Directrice de la publication : Isabelle Gallagher

MÉMOIRES DE LA SMF 184

GLOBAL NONLINEAR STABILITY OF MINKOWSKI SPACE FOR SPACELIKE-CHARACTERISTIC INITIAL DATA

Olivier Graf

Société Mathématique de France 2025

O. Graf
Univ. Grenoble Alpes, CNRS, IF, 38000 Grenoble, France.

Soumis le 8 février 2021 ; révisé le 25 octobre 2022 ; accepté le 21 mars 2023.

2000 ***Mathematics Subject Classification.*** **–** 83C05, 35L05.

Key words and phrases. **–** Einstein vacuum equations, general relativity, asymptotic stability, Minkowski space, lightcones, maximal hypersurfaces, harmonic coordinates.

Mots clefs. **–** Équations d'Einstein dans le vide, relativité générale, stabilité asymptotique, espace de Minkowski, cônes de lumière, hypersurfaces maximales, coordonnées harmoniques.

GLOBAL NONLINEAR STABILITY OF MINKOWSKI SPACE FOR SPACELIKE-CHARACTERISTIC INITIAL DATA

Olivier Graf

Abstract. **–** In this paper, we prove the global nonlinear stability of Minkowski space in the context of the spacelike-characteristic Cauchy problem for Einstein vacuum equations. Spacelike-characteristic initial data are posed on a compact 3-disk and on the future complete null hypersurface emanating from its boundary. Our result extends the seminal stability result for Minkowski space proved by Christodoulou and Klainerman for which initial data are prescribed on a spacelike 3-plane.

The proof relies on the classical vectorfield method and bootstrapping argument from Christodoulou-Klainerman. The main novelty is the introduction and control of new geometric constructions adapted to the spacelike-characteristic setting. In particular, it features null cones with prescribed vertices, spacelike maximal hypersurfaces with prescribed boundaries and global harmonic coordinates on Riemannian 3-disks.

Résumé **(Stabilité globale non-linéaire de l'espace de Minkowski pour des données initiales spatiales-caractéristiques)**

Dans cet article nous prouvons la stabilité globale non-linéaire de l'espace de Minkowski dans le cadre du problème de Cauchy spatial-caractéristique pour les équations d'Einstein dans le vide. Les données initiales spatiales-caractéristiques sont posées sur un 3-disque et sur l'hypersurface nulle et complète dans le futur qui émane du bord de ce disque. Notre résultat étend le résultat originel prouvé par Christodoulou et Klainerman pour lequel les données initiales sont prescrites sur un hyperplan spatial.

La preuve repose sur la méthode des champs de vecteurs et sur l'argument de bootstrap introduit dans Christodoulou-Klainerman. La principale nouveauté est l'introduction et le contrôle de nouvelles constructions géométriques adaptées au cadre spatial-caractéristique. En particulier, on utilise des cônes de lumière à sommets prescrits, des hypersurfaces spatiales maximales à bords prescrits et des coordonnées harmoniques globales sur des 3-disques riemanniens.

CONTENTS