Séminaires & Congrès

COLLECTION SMF

GEOMETRIC METHODS IN GROUP THEORY

PAPERS DEDICATED TO RUTH CHARNEY

Numéro 34

Rachel Skipper & Indira Chatterji, éd.

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Diffusion

Maison de la SMF
Case 916 - Luminy
13288 Marseille Cedex 9
France
smf@smf.univ-mrs.fr

Hindustan Book Agency
O-131, The Shopping Mall
Arjun Marg, DLF Phase 1
Gurgaon 122002, Haryana
Inde

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
www.ams.org

Tarifs

Vente au numéro : 62 € ($ 98)

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Séminaires et Congrès
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Tél : (33) 01 44 27 67 99 • Fax : (33) 01 40 46 90 96
publications@smf.emath.fr • http://smf.emath.fr/

ISSN 1285-2783 (papier), 2275-3354 (électronique)

ISBN 978-2-85629-998-2

Directeur de la publication : Isabelle GALLAGHER

Séminaires & Congrès

COLLECTION SMF

GEOMETRIC METHODS IN GROUP THEORY

PAPERS DEDICATED TO RUTH CHARNEY

Numéro 34

Rachel Skipper & Indira Chatterji, éd.

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Rachel Skipper

Department of Mathematics
University of Utah
155 S 1400 E, Salt Lake City, UT 84112, USA

Indira Chatterji

Laboratoire Dieudonné
Université Côte d'Azur
Parc Valrose, 0600 Nice, France

Karen Vogtmann

Mathematics Institute, Zeeman Building
University of Warwick
Coventry CV8 1PR, UK
`kvogtmann@gmail.com`

Nicholas Miller

University of Oklahoma
Department of Mathematics
601 Elm Avenue, Room 423, Norman, OK 73019, USA

Mark Pengitore

Mathematical Institute of the Polish Academy of Sciences
Jana i Jędrzeja Śniadeckich 8, 00-656 Warsaw, Poland
`mpengitore@impan.pl`

Mike Davis

The Ohio State University
Department of Mathematics
231 W 18th Ave, Columbus OH 43210, USA

***Classification mathématique par sujets* (2000). —** 20F65, 57M07, 57M60.

***Mots-clefs.* —** Géométrie, topologie, théorie des groupes.

GEOMETRIC METHODS IN GROUP THEORY: PAPERS DEDICATED TO RUTH CHARNEY

Abstract. — In this volume are gathered the proceedings of one of the first hybrid conferences in geometric group theory, which brought together two conferences cancelled following the Covid-19 pandemic. One was in honor of Ruth Charney, and the other was a workshop on generalizations of hyperbolicity, a theme that benefited greatly from the influence of Ruth Charney. The articles in this volume reflect the organizers' goals of making geometric group theory accessible and open to all, and this volume can be seen as a capsule of questions and answers that this part of the community was asking itself in the summer of 2021.

***Résumé* (Méthodes géométriques en théorie des groupes : Articles en l'honneur de Ruth Charney)**

Dans ce volume sont réunis les actes de l'une des premières conférences hybrides en théorie géométrique des groupes, qui réunissait deux conférences annulées suite à la pandémie de Covid-19, l'une en l'honneur de Ruth Charney, et l'autre sur des généralisations de l'hyperbolicité, un thème ayant beaucoup bénéficié de l'influence de Ruth Charney. Les articles de ce volume reflètent les objectifs des organisateurs de rendre la théorie géométrique des groupes accessible et ouverte à toutes et à tous, et ce volume peut être vu comme une sélection de questions et de réponses que cette partie de la communauté se posait à l'été 2021.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉS DES ARTICLES

Cet article explique comment utiliser la théorie quantique des champs afin de trouver les séries formelles qui encodent les caractéristiques d'Euler virtuelles de $\mathrm{Out}(F_n)$ et de complexes de graphes reliés. Ces séries sont un outil nécessaire à l'analyse asymptotique de $\chi(\mathrm{Out}(F_n))$ d'un précédent travail des auteurs.

Soit A_Γ un groupe d'Artin à angles droits. L'auteur, en collaboration avec Charney et Vogtmann, construit un espace $\mathrm{Out}(A_\Gamma)$ qui généralise à la fois l'outre-espace CV_n pour $\mathrm{Out}(F_n)$ et l'espace symétrique $\mathrm{SL}_n(\mathbb{R})/\mathrm{SO}_n(\mathbb{R})$ de $\mathrm{GL}_n(\mathbb{Z})$. Les points de cet espace sont des classes d'équivalence de paires (X, ρ) telles que $\rho\colon X \to \mathbb{S}_\Gamma$ soit une équivalence d'homotopie entre X, un espace localement CAT(0) appelé Γ-complexe tordu, et le complexe de Salvetti $\mathbb{S}_\Gamma$. Dans cette note nous démontrons que toute isométrie d'un Γ-complexe tordu homotope à l'identité, se trouve dans la composante connexe de l'identité de $\mathrm{Isom}(X)$. En corollaire, nous obtenons que le groupe des composantes connexes de $\mathrm{Isom}(X)$ est fini et s'injecte dans $\mathrm{Out}(A_\Gamma)$.

La conjecture des idempotents prédit qu'il n'y a pas d'idempotent non-trivial dans l'algèbre d'un groupe sans torsion. Nous étudions cette conjecture pour le double de Sidki d'un groupe discret sans torsion, et obtenons des résultats partiels.

Les groupes de Thompson forment une importante famille de groupes, largement étudiée et pour laquelle un grand nombre de techniques classiques ne fonctionnent pas. Nous décrivons ici quelques expériences et explorations calculatoires permettant de comprendre le comportement de cette famille de groupes de Thompson d'un point de vue probabiliste et aléatoire.

On revoit quelques résultats récents sur des plongements dans des groupes de type fini (ordonnables par la gauche) et simples tel que des informations algorithmiques, géométriques ou algébriques sont préservées. On discute quelques nouvelles conséquences et généralise quelques de ces résultats de plongement à des classes dénombrables des groupes de type fini.

La question de la séparabilité pour un groupe est de savoir quelle classe de sous-ensembles peut être détectée par les quotients finis. Cette question a été surtout posée en termes de quelle classe possède quelle propriété de séparation, et est reliée à des problèmes algorithmiques tels que le problème du mot. Un point de vue récent essaie de comprendre l'ordre du plus petit quotient fini qui détecte un certain sous-ensemble dépendant de sa complexité, mesurée en terme de longueur des mots. Dans ce survol, nous présentons un état des lieux du domaine de la séparabilité effective et survolons quelques problèmes ouverts pour différentes classes de groupes.

Nous construisons une 5-variété fermée et asphérique de courbure négative, qui fibre sur un cercle et dont la fibre est une 4-variété asphérique dont le groupe fondamental n'est pas hyperbolique relativement aux sous-groupes abéliens. Le volume simplicial de cette 5-variété est strictement positif.

Nous étudions le groupe $G \vee H$ obtenu en recollant deux groupes G et H en leur élément neutre. Curieusement, cette construction présente des similitudes à la fois avec le produit libre et avec le produit direct.

Nos résultats abordent, entre autres thèmes, la propriété (T), les complexes cubiques CAT(0), les plongements locaux, les actions moyennables et la structure algébrique de $G \vee H$.

Ce survol étudie les paires $(G, \mathcal{P})$, où G est un groupe de type fini et $\mathcal{P}$ une collection (finie) de sous-groupes de G. Nous explorons la notion de quasi-isométries de ces paires, ainsi que celle de collection de sous-groupes qi-caractéristiques. Ces deux notions sont des généralisations d'un phénomène régulièrement apparu dans les travaux de plusieurs personnes dans le domaine de la rigidité quasi-isométrique.

Dans cette note, nous donnons une preuve élémentaire que tout groupe dénombrable est sous-groupe du groupe modulaire de la surface appelée monstre du Loch Ness.

Les groupes de tresses ont plusieurs modèles bien connus d'espaces classifiants. Le modèle classique est obtenu à partir du complémentaire d'un arrangement d'hyperplans complexes, connu sous le nom d'arrangements de tresses, et est étroitement lié au complexe de Salvetti, mais on peut également obtenir d'autres modèles avec la présentation standard d'Artin et avec la structure de Garside standard du groupe de tresses. La présentation duale du groupe de tresses introduite par Birman, Ko et Lee en 1998 détermine une seconde structure de Garside et donc un second modèle d'espace classifiants, qui est euclidien par morceaux et qui est appelé *complexe de tresses dual muni de la métrique orthante*. Comme, pour un nombre donné de brins, les deux espaces sont des espaces classifiant du même groupe de tresses, ils sont homotopiquement équivalents. Récemment, Michael Dougherty et moi-même avons concrétisé cette équivalence d'homotopie entre ces deux espaces en utilisant un plongement naturel du complexe de tresses dual dans le modèle classique d'espace classifiant. Ce sous-espace homotopiquement équivalent est défini en identifiant les points de l'espace classifiant classique

à des polynômes. Cette approche donne plusieurs nouveaux complexes métriques et de nombreuses combinatoires intéressantes. En particulier, nous munissons un compactifié de l'espace classifiant classique d'une métrique euclidienne par morceaux naturelle et d'une structure cellulaire. Le complexe résultant est appelé *complexe d'anneaux ramifiés.* Les points et valeurs critiques d'un polynôme sont utilisés pour construire un anneau ramifié, et la façon dont cet anneau ramifié varie selon que le polynôme varie, définit la métrique et la structure cellulaire sur le modèle classique d'espace classifiant. Avec cette métrique le plongement du complexe de tresses dual dans le modèle classique despace classifiant est un plongement isométrique.

Les présentations duales de groupes de Coxeter ont récemment permis des avancées spectaculaires dans notre compréhension des groupes d'Artin affines. Elles ont en particulier permis une démonstration de la conjecture du $K(\pi,1)$ et une solution du problème des mots. Est-ce que cette “approche duale” s'étend à des classes plus générales de groupes d'Artin et de Coxeter? Dans ce papier nous décrivons les techniques utilisées pour prouver la conjecture du $K(\pi,1)$ pour les groupes d'Artin affines et posons une série de questions, souvent ouvertes au-delà des cas sphériques et affines.

Nous prouvons que le graphe des courbes séparantes d'une surface orientable fermée de genre au moins 3 et une unique composante de bord, n'est pas relativement hyperbolique. Ce cas complète la classification des graphes de courbes séparantes en graphes hyperboliques et relativement hyperboliques initiée par les auteurs.

Ceci est une traduction anglaise, par Gangotryi Sorcar, de l'article en français *Variétés (non séparées) à une dimension et structures feuilletées du plan*, publié en 1957 dans *L'Enseignement Mathématique.*

Le commensurateur d'un groupe G est le groupe des 'germes' d'isomorphismes entre deux sous-groupes d'indice fini de G. Nous rappellerons la définition et les propriétés de base des commensurateurs, et survolerons les calculs de commensurateurs de quelques groupes couramment étudiés en théorie géométrique des groupes.

Soit G un groupe. Une fonction $l : G \to [0, \infty)$ est une fonction longueur si
1) $l(g^n) = |n|l(g)$ pour tout $g \in G$ et $n \in \mathbb{Z}$;
2) $l(hgh^{-1}) = l(g)$ pour tout $h, g \in G$;
3) $l(ab) \leq l(a) + l(b)$ pour les éléments a, b qui commutent.

Nous étudions ces fonctions longueur pour des classes de groupes comprenant: les groupes de Lie, leurs sous-groupes arithmétiques, les groupes hyperboliques à la Gromov et les groupes de Cremona. Nous démontrons en particulier que tout homomorphisme d'un sous-groupe arithmétique d'un groupe algébrique simple sur $\mathbb{Q}$ et de $\mathbb{Q}$-rang au moins 2, ou d'un sous-groupe d'indice fini du groupe élémentaire $E_n(R)$ ($n \geq 3$) sur un anneau associatif R, ou du groupe de Cremona $\mathrm{Bir}(P^2_{\mathbb{C}})$, dans un groupe G admettant une fonction longueur purement positive, aura forcément une image finie. Les exemples de groupes G admettant une fonction longueur purement positive incluent les automorphismes extérieurs des groupes libres $\mathrm{Out}(F_n)$, les groupes modulaires d'une surface de type fini $\mathrm{MCG}(\Sigma_g)$, les groupes $\mathrm{CAT}(0)$ groups ou hyperboliques à la Gromov, ou encore le groupe $\mathrm{Diff}(\Sigma, \omega)$ des diffeomorphismes d'une surface hyperbolique fermée et préservant une 2-forme volume ω.

Cette note est une introduction amicale aux groupes de Brin-Thompson tordus, réçamment construits par Belk et le présent auteur afin d'exhiber une famille de groupe simples ayant une variété de propriétés intéressantes. Remarquons que les groupes de Brin-Thompson tordus peuvent être utilisés pour montrer que tout groupe de type fini se plonge quasi-isométriquement comme sous-groupe d'un groupe de type fini simple. Une autre application importante est la construction d'une famille de groupes simples de finitude arbitraire. En plus d'une introduction concise à ces groupes et ces applications, nous démontrons un renforcement d'un des résultats du papier original. Précisément, nous démontrons que tout groupe de présentation finie agissant fidèlement et oligomorphiquement sur un ensemble, dont les stabilisateurs de sous-ensembles finis sont de type fini, se plonge dans un groupe simple de type fini. Ceci promet un progrès dans la solution de la conjecture de Boone-Higman pour certains groupes.

ABSTRACTS

This paper explains how to use quantum field theory techniques to find formal power series that encode the virtual Euler characteristics of $\mathrm{Out}(F_n)$ and related graph complexes. Finding such power series was a necessary step in the asymptotic analysis of $\chi(\mathrm{Out}(F_n))$ carried out in the authors' previous paper.

Let A_Γ be a right-angled Artin group. Charney, Vogtmann and the author constructed an outer space for $\mathrm{Out}(A_\Gamma)$ generalizing both CV_n for $\mathrm{Out}(F_n)$ and the symmetric space $\mathrm{SL}_n(\mathbb{R})/\mathrm{SO}_n(\mathbb{R})$ for $\mathrm{GL}_n(\mathbb{Z})$. Points in this space are equivalence classes of pairs (X, ρ) where $\rho\colon X \to \mathbb{S}_\Gamma$ is a homotopy equivalence from X to the Salvetti complex $\mathbb{S}_\Gamma$ and X is a locally CAT(0) space called a skewed Γ-complex. In this note we show that any isometry of a skewed Γ-complex which is homotopic to the identity lies in the identity component of $\mathrm{Isom}(X)$. As a corollary, we prove that the group of path components of $\mathrm{Isom}(X)$ is finite and injects into $\mathrm{Out}(A_\Gamma)$.

The idempotent conjecture says that there should be no non-trivial idempotent in the complex group ring of a torsion-free group. We investigate this conjecture for the Sidki double of a torsion-free group, and obtain a partial result.

Thompson's groups form an important family of widely studied groups which have a number of features which make standard methods of analysis less effective. Here, we describe a range of efforts to understand these groups via computational experiments and explorations, as well as efforts to understand what how some random processes in Thompson's groups possibly behave and what typical phenomena may be in these groups.

In this paper, we survey some of the recent advances on embeddings into finitely generated (left-orderable) simple group such that the overgroup preserves algorithmic, geometric, or algebraic information about the embedded group. We discuss some new consequences and also extend some of those embedding theorems to countable classes of finitely generated groups.

Separability for groups refers to the question which subsets of a group can be detected in its finite quotients. Classically, separability is studied in terms of which classes have a certain separability property, and this question is related to algorithmic problems in groups such as the word problem. A more recent perspective tries to study the order of the smallest finite quotient in which one detects the subset under consideration depending on its complexity, measured using the word norm on a finitely generated group. In this survey, we present what is currently known in the field of effective separability and give an overview of the open questions for several classes of groups.

We construct a closed aspherical 5-manifold of nonpositive curvature that fibers over a circle whose fundamental group is hyperbolic relative to abelian subgroups such that the fiber is a closed aspherical 4-manifold whose fundamental group is not hyperbolic relative to abelian subgroups. Also, the simplicial volume of the 5-manifold is positive.

We investigate the group $G \vee H$ obtained by gluing together two groups G and H at the neutral element. This construction curiously shares some properties with the free product but others with the direct product.

Our results address among others Property (T), CAT(0) cubical complexes, local embeddability, amenable actions, and the algebraic structure of $G \vee H$.

This survey studies pairs $(G, \mathcal{P})$ with G a finitely generated group and $\mathcal{P}$ a (finite) collection of subgroups of G. We explore the notion of quasi-isometry of such pairs and the notion of a qi-characteristic collection of subgroups. Both notions are abstractions of phenomena that have appeared repeatedly in the work of several people within the quasi-isometric rigidity realm.

In this short note, we give an elementary proof of the fact that every countable group is a subgroup of the mapping class group of the Loch Ness monster surface.

The braid groups have several well-known models of classifying spaces. The classical one is obtained from the complement of a complex hyperplane arrangement known as the braid arrangement and is closely related to the Salvetti complex, but one can also obtain models with the standard Artin presentation and the standard Garside structure of the braid group. The dual presentation of the braid group, introduced by Birman, Ko and Lee in 1998, leads to a second Garside structure and a second model for the classifying space, which is piecewise Euclidean, that we called the *dual braid complex with the orthoscheme metric*. Since for a given number of strands both spaces are classifying spaces for the same braid group, they are homotopy equivalent. Recently, Michael Dougherty and I have been able to made the homotopy between these two spaces concrete using a natural embedding of the dual braid complex into the classical model for the classifying space. This homotopy equivalent subspace is defined by viewing the points in the classical classifying space as polynomials. In fact, this approach leads to several new metric complexes and to a lot of interesting combinatorics. In particular, we add a natural piecewise Euclidean metric and a cell structure to a compactification of the classical model for the classifying space. We call the resulting complex the *branched annulus complex*. The critical points and values of an individual polynomial are used to construct a branched annulus and the

way these branched annuli vary as the polynomial varies defines both the metric and the cell structure on the classical model of a classifying space. With this metric, the embedding of the dual braid complex with the orthoscheme metric in the classical model of a classifying space is an isometric embedding.

Dual presentations of Coxeter groups have recently led to breakthroughs in our understanding of affine Artin groups. In particular, they led to the proof of the $K(\pi, 1)$ conjecture and to the solution of the word problem. Will the "dual approach" extend to more general classes of Coxeter and Artin groups? In this paper, we describe the techniques used to prove the $K(\pi, 1)$ conjecture for affine Artin groups and we ask a series of questions that are mostly open beyond the spherical and affine cases.

We prove that the separating curve graph of a connected, compact, orientable surface with genus at least 3 and a single boundary component is not relatively hyperbolic. This completes the classification of when the separating curve graph is hyperbolic and relatively hyperbolic initiated by the authors.

This is the English translation, by Gangotryi Sorcar, of the French article *Variétés (non séparées) à une dimension et structures feuilletées du plan*, published in 1957 in *L'Enseignement Mathématique.*

The abstract commensurator of a group G is the group of 'germs' of isomorphisms between finite-index subgroups of G. We review the definition and basic properties of abstract commensurators, and briefly survey computations of commensurators of groups commonly studied in geometric group theory.

Let G be a group. We call a function $l : G \to [0, \infty)$ a length function if
1) $l(g^n) = |n|l(g)$ for any $g \in G$ and $n \in \mathbb{Z}$;
2) $l(hgh^{-1}) = l(g)$ for any $h, g \in G$;
3) $l(ab) \leq l(a) + l(b)$ for elements a, b satisfying $ab = ba$.

We study length functions on several classes of groups, including Lie groups, arithmetic subgroups, Gromov hyperbolic groups and Cremona groups. As applications, we prove that every group homomorphism from an arithmetic subgroup of a simple algebraic $\mathbb{Q}$-group of $\mathbb{Q}$-rank at least 2, or a finite-index subgroup of the elementary group $E_n(R)$ $(n \geq 3)$ over an associative ring, or the Cremona group $\mathrm{Bir}(P^2_{\mathbb{C}})$ to any group G having a purely positive length function, must have finite image. Here G can be the outer automorphism group $\mathrm{Out}(F_n)$ of free groups, mapping class group $\mathrm{MCG}(\Sigma_g)$, $\mathrm{CAT}(0)$ groups or Gromov hyperbolic groups, or the group $\mathrm{Diff}(\Sigma, \omega)$ of diffeomorphisms of a hyperbolic closed surface preserving an area form ω.

This note serves as a short and reader-friendly introduction to twisted Brin-Thompson groups, which were recently constructed by Belk and the author to provide a family of simple groups with a variety of interesting properties. Most notably, twisted Brin-Thompson groups can be used to show that every finitely generated group quasi-isometrically embeds as a subgroup of a finitely generated simple group. Another important application is a concrete construction of a family of simple groups with arbitrary finiteness length. In addition to giving a concise introduction to the groups and these applications, we also prove here a strengthening of one of the results from the original paper. Namely, we prove that any finitely presented group acting faithfully and oligomorphically on a set, with finitely generated stabilizers of finite subsets, embeds in a finitely presented simple group. We believe this could potentially lead to future progress on resolving the Boone-Higman Conjecture for certain groups.

Introduction

1. Introduction

To understand this volume, it is helpful to understand the events that prompted it. A conference to celebrate the work of Ruth Charney was originally planned to take place in Luminy in June 2020. Due to the COVID pandemic, this conference was cancelled, as were several other conferences including the workshop Beyond Hyperbolicity scheduled for July 2020 at Ohio State University. When the world started to re-open Charney's work seemed such a good fit with Beyond Hyperbolicity that the organizers decided to hold the conferences together as a two week event in a hybrid mode in Columbus, Ohio. Columbus is one of the most important geometric group theory centers in the United States, and also the home of Ruth Charney for 17 years.

This was one of the first hybrid conferences in geometric group theory, and mathematicians were sorely missing the important interactions that come with in-person conferences. The event ultimately boasted between 50-60 in-person participants with nearly 300 additional online participants. The articles in this volume reflect the goals of the conference organizers to make this conference, and geometric group theory as whole, open to all. In addition to contributions from invited speakers (both in-person and online), articles also come from people who gave contributed talks and from non-speaking participants. One article that reflects this idea of openness is that of Gangotryi Sorcar. Sorcar's contribution is a translation of an important paper by Haefliger and Reeb, which had previously been available only in French. Haefliger sadly passed away recently, but before that was able to read the translation and claimed, in true Haefliger fashion, that it was better than the original. Other article submissions by non-speakers were inspired by talks at the conference. Thus this volume serves as a record of the work that was being done and the things people in the community were thinking about in the summer of 2021.

2. Ruth Charney

Ruth Charney's early results include seminal work on homological stability for linear groups, contributions to understanding the stable cohomology of mapping class groups and work on compactifications of moduli spaces. The geometric methods she introduced for these results were a natural fit with Gromov's emerging work on the geometry of groups, and she became a pioneering force in geometric group theory before it was recognized as a field on its own.

Charney's talent for using geometric structures to study abstract algebraic concepts is illustrated by her extensive work on Artin groups: although given by a presentation in algebraic symbols, they have a rich geometric structure that has led to decades of exciting mathematics. This includes Charney's work with Mike Davis on the $K(\pi, 1)$ conjecture, which states that the complexified complement of a real affine hyperplane arrangement is a classifying space for the associated Artin group. During the time they were both at Ohio State, Charney and Davis made a fundamental breakthrough on this conjecture, proving it for many classes of Artin groups. This included right-angled Artin groups, for which they constructed non-positively curved (i.e. CAT(0)) cube complexes to prove the conjecture, thus giving one of the earliest applications of this new technology. Paolini's contribution to this volume gives an account of the $K(\pi, 1)$ conjecture and his own exciting results on it.

Charney's wide-ranging work on Artin groups includes showing that Artin groups of finite type are bi-automatic, classifying Artin groups that are relatively hyperbolic (with John Crisp), proving the convexity of parabolic subgroups of Artin groups (with Luis Paris), and understanding which Artin groups are acylindrically hyperbolic (with her former student Rose Morris-Wright). She has also done extensive work on the structure of automorphisms groups of Artin groups (with Karen Vogtmann and other collaborators including Corey Bregman, Kai-Uwe Bux, John Crisp and Nathaniel Stambaugh). They developed geometric and topological tools that generalize both Outer space and symmetric spaces to study these groups.

Charney's work on non-positively curved spaces includes what is now known as "Charney-Davis hyperbolization." Gromov had described a method of turning a simplicial complex K into a new polyhedron H(K) which admits a metric of non-positive curvature. However, in dimensions bigger than four Gromov's method does not produce a space whose fundamental group is hyperbolic. In the mid 1990's Charney and Davis found a way to use hyperbolic n-manifolds with corners to achieve this in all dimensions, and the technique has been widely used since then.

More recently, Charney introduced new ideas into the study of boundaries of CAT(0) spaces. By restricting attention to geodesic rays that satisfy a certain contracting property she obtained a partial boundary for a CAT(0) space (which her student Cordes subsequently generalized to all geodesic metric spaces). In collaboration with Harold Sultan she showed that this partial boundary is a quasi-isometry invariant. In the case of CAT(0) cube complexes she used this partial boundary to study divergence (with Jason Behrstock), and she completely described the partial boundary in the case of right-angled Artin groups (with Matt Cordes and Alessandro Sisto).

In addition to her deep mathematical contributions, Ruth Charney has always been a very important member of the community, helping and advising young people and giving very lively and inspiring mathematical talks. Her contribution to geometric group theory goes well beyond her research contributions; it includes both discussing mathematics with many people and making difficult and abstract mathematics accessible to a very wide audience in her lectures and writing.

We are pleased to dedicate this volume to Ruth with deep appreciatiation for all she has done.