Astérisque

AST

Table des matières

Astérisque, tome 65 (1979), p. 1

<http://www.numdam.org/item?id=AST_1979__65__1_0>

TABLE DES MATIÈRES

Astérisque

JEAN-MARC FONTAINE

Modules galoisiens, modules filtrés et anneaux de Barsotti-Tate

Astérisque, tome 65 (1979), p. 3-80

<http://www.numdam.org/item?id=AST_1979__65__3_0>

MODULES GALOISIENS, MODULES FILTRÉS
ET ANNEAUX DE BARSOTTI-TATE

par

Jean-Marc FONTAINE
(Grenoble)

- o -

notations

Dans tout ce travail, K est un corps local, i.e. un corps complet pour une valuation discrète, de caractéristique 0, à corps résiduel parfait k de caractéristique $p \neq 0$; on note K_o le corps des fractions de l'anneau $W(k)$ des vecteurs de Witt à coefficients dans k et σ le Frobenius absolu opérant sur k, $W(k)$ et K_o. On note e le degré de l'extension finie totalement ramifiée K/K_o. On note $\bar{K}$ une clôture algébrique fixée de K et on pose $G = \mathrm{Gal}(\bar{K}/K)$.

introduction

0.1. - Appelons <u>module galoisien</u> (sous-entendu, de dimension finie) la donnée d'un $\mathbb{Q}_p$-espace vectoriel de dimension finie muni d'une action linéaire et continue de G.

Appelons <u>module filtré</u> (sous-entendu, de dimension finie) la donnée d'un F-iso-cristal D (i.e. d'un K_o-espace vectoriel D de dimension finie muni d'une bijection $F : D \to D$, σ-semi-linéaire) muni d'une filtration de $D_K = K \otimes_{K_0} D$ par des sous-K-espaces vectoriels $(D_K^i)_{i \in \mathbb{Z}}$, décroissante, exhaustive et séparée.

Les modules galoisiens d'une part et les modules filtrés d'autre part forment, de manière évidente, une catégorie additive, et la première d'entre elles est abélienne.

0.2. - Soit alors G un groupe p-divisible (ou de Barsotti-Tate) sur l'anneau A des entiers de K. Il lui correspond, d'une part un module galoisien $\underline{V}_p(G)$ et d'autre part un module filtré $\underline{D}_K(G)$:

- on a $\underline{V}_p(G) = \mathbb{Q}_p \otimes_{\mathbb{Z}_p} \underline{T}_p(G)$, où $\underline{T}_p(G)$ est le module de Tate de G ; la correspondance $G \mapsto \underline{V}_p(G)$ est un foncteur additif pleinement fidèle de la catégorie des groupes p-divisibles sur A, à isogénie près, dans celle des modules galoisiens ;

- le F-iso-cristal D sous-jacent à $\underline{D}_K(G)$ est $K_0 \otimes_{W(k)} M$, où M est le module de Dieudonné de la fibre spéciale ; le K-espace vectoriel L des points de l'espace cotangent de G à valeurs dans K s'identifie à un sous-K-espace vectoriel de $D_K = K \otimes_{K_0} D$ (cf. [7], [13] et [6]) et on a

$$D_K^i = \begin{cases} D_K & \text{si } i \leq 0 , \\ L & \text{si } i = 1 , \\ 0 & \text{si } i \geq 2 ; \end{cases}$$

la correspondance $G \mapsto \underline{D}_K(G)$ est un foncteur contravariant additif pleinement fidèle de la catégorie des groupes p-divisibles sur A, à isogénie près, dans celle des modules filtrés.

0.3. - Ce qui précède implique l'existence d'une équivalence entre une certaine catégorie de modules galoisiens (ceux qui sont isomorphes au contragrédient d'un module galoisien provenant d'un groupe p-divisible sur A) et une catégorie "ad hoc" de modules filtrés (nous avons d'ailleurs