

ÉDITORIAL

Ce numéro de la *Revue d'histoire des mathématiques* comporte deux parties clairement distinctes, une première qui regroupe deux articles traitant respectivement un théorème et une méthode du tournant des XIX^{e} et XX^{e} siècles ; une deuxième consacrée à l'histoire des mathématiques médiévales.

Dans la première contribution, Bernard Maurey et Jean-Pierre Tacchi s'intéressent à l'histoire d'un théorème classique, le théorème de recouvrement dit le plus souvent de Heine-Borel. Une de leurs motivations pour cette étude fouillée est de restituer au seul Borel la propriété intellectuelle de ce résultat, rejoignant ainsi une position défendue déjà par Lebesgue. Pour y parvenir, ils nous livrent une analyse de la thèse de Borel (1894) placée dans son contexte, ainsi que des formulations et démonstrations concurrentes. À commencer par Heine qui, à la suite de Dirichlet, a distingué entre continuité et continuité uniforme, puis démontré le théorème de la continuité uniforme (1872) – une fonction continue sur un intervalle fermé et borné y est uniformément continue – par une méthode analogue à celle qu'utilisera Borel. B. Maurey et J.-P. Tacchi parlent aussi du lemme de Cousin, des travaux de Lüroth, de Pincherle et de plein d'autres, puis de Schoenflies qui a le premier introduit le couplage. Ils ne se contentent pas de confronter les différentes techniques de démonstration, assez proches en fin de compte, mais mettent en lumière les différents cadres théoriques et surtout les motivations des divers protagonistes. C'est Borel qui a reconnu l'importance de la possibilité d'extraire d'un recouvrement d'un segment de droite par une suite infinie (dénombrable chez Borel) d'intervalles, un sous-recouvrement fini et en a fait un théorème autonome. C'est lui seul qui a compris le rôle que ce théorème peut jouer pour une théorie de la mesure.

Nous sommes, dans le cas du théorème que les auteurs disent de Borel et de lui seul, en présence d'une pléthore de textes dont les auteurs auraient pu laisser leur nom, au point que Pierre Dugac parlait naguère, dans ses cours, de théorème de Dirichlet-Heine-Weierstrass-Borel-Schoenflies-Lesbesgue. La question de l'attribution des noms n'est certainement pas de celles qui peuvent trouver une réponse rationnelle.

Ainsi, la contribution suivante présente une méthode d'analyse numérique qui a toujours porté le même nom, la méthode de Cholesky – c'est une méthode de résolution des systèmes d'équations linéaires – alors qu'aucun texte de la main de l'auteur ne confirmait cette attribution. Claude Brezinski est en mesure de nous présenter, dans ce numéro, un manuscrit autographe de Cholesky, rédigé entre 1909 et 1911, inédit et contenant précisément un exposé de sa méthode. Polytechnicien, militaire de carrière, André-Louis Cholesky (1875-1918) était affecté, sur de longues périodes, au service géographique ou topographique de l'armée. Ses activités dans ce service lui ont fourni l'occasion de développer son algorithme, car la méthode des moindres carrés, très utilisée en topographie, conduit à la résolution d'un système d'équations linéaires. C. Brezinski nous offre ici une étude complète du manuscrit retrouvé parmi d'autres papiers de Cholesky déposés récemment aux archives de l'École polytechnique. Il insiste non seulement sur la présentation théorique de l'algorithme de résolution placée dans son contexte historique (depuis Gauss), mais aussi sur les aspects pratiques abordés par le militaire Cholesky, comme la disposition des calculs sur une feuille de papier, le recours à un type de machine pour automatiser certaines opérations, le temps de calcul et surtout la discussion, à chaque pas, des marges d'erreur.

Les deux articles de la deuxième partie sur les mathématiques médiévales sont consacrés à l'arithmétique commerciale et à l'algèbre. Alors qu'il est généralement admis que Nicolas Chuquet a introduit l'algèbre en France, sous la dénomination de « règle des premiers », dans un manuscrit datant de 1484 (et publié au ^{xix}^e siècle seulement), Stéphane Lamassé vient de détecter une occurrence plus précocée. Il a découvert, dans un manuscrit français de la Bibliothèque nationale de France, daté de 1460, une méthode que l'on peut dire algébrique. Cette méthode, mal comprise par le copiste à la main duquel on doit le manuscrit, y est associée aux méthodes de fausse position, alors qu'elle utilise bien une inconnue aux statuts et notations certes ambigus. Cette trouvaille montre que l'histoire des origines de l'algèbre en langue française est plus compliquée qu'on ne l'a pensé jusqu'à présent. Il ne suffira pas de tenir compte des échanges avec l'aire culturelle italienne, mais il conviendra aussi d'étudier ceux avec l'aire ibéro-provençale – ce que confirmera la

deuxième contribution. Par ailleurs, et comme l'indique l'auteur, la notion de « genre » pourrait aussi se révéler pertinente dans la mesure où différents genres, avec des corpus d'exercices et des canons de résolution différents, ont pu coexister et s'apparenter tous à l'algèbre.

Marie-Hélène Labarthe ne s'intéresse pas à la tradition manuscrite comme S. Lamassé, mais à des imprimés, notamment trois arithmétiques marchandes, en catalan et en castillan, parus au tournant des xv^e et xvi^e siècles. Elle étudie ici un problème qui fait classiquement l'objet d'un chapitre de ces arithmétiques, le problème des compagnies. On appelle ainsi la répartition des gains et des pertes entre plusieurs associés d'une compagnie marchande, proportionnellement à la mise initiale de chacun. À partir de ce cas simple, les situations se compliquent progressivement. M.-H. Labarthe en donne un panorama assez complet et analyse minutieusement chaque type de problème avec sa résolution. Elle montre qu'à travers la progression de cas simples adressés aux marchands à des situations de plus en plus complexes, on arrive à résoudre des problèmes mathématiques abstraits comme les systèmes d'équations linéaires. Le problème posé reste par sa formulation linguistique – l'historiette qu'il met en scène – rattaché au monde des marchands, mais est de fait ramené au cadre mathématique établi par la règle pratique des compagnies simples, en posant une compagnie fictive. Cette règle joue ainsi le rôle d'un modèle canonique auquel on applique un algorithme standard. En traduisant les énoncés et les résolutions des différents problèmes en termes modernes, M.-H. Labarthe met au jour les similitudes et les divergences entre les trois ouvrages étudiés, puis les confronte à d'autres arithmétiques dont certaines traduites de l'arabe ou de l'italien. Elle met aussi en évidence l'évolution dans le temps, entre 1482 et 1521, des problèmes et de leur agencement. Mais surtout elle éclaire une méthode d'exposition où, selon sa jolie formule, « les mathématiques se montrent par les exemples au lieu de se démontrer ». Les arithmétiques commerciales proposent une construction ordonnée du savoir, des questions pratiques nécessaires au commerce à des problèmes qui s'en abstraient.

La Rédaction en chef

EDITORIAL

The present issue of the *Revue d'histoire des mathématiques* falls into two clearly distinct parts : the first contains two papers dealing, respectively, with a theorem and a method both dating from the turn of the 19th and 20th centuries; the second concerns the history of medieval mathematics.

In the opening contribution, Bernard Maurey and Jean-Pierre Tacchi consider the history of a classical theorem, the covering theorem most often called the Heine-Borel-theorem. One of their intentions in undertaking this detailed study is to restore Borel's exclusive paternity of the theorem, thus adopting a position already defended by Lebesgue. In order to achieve this, they analyze Borel's thesis (1894) in its mathematical context as well as rival formulations and proofs. Their story begins with Heine, who, following Dirichlet, distinguished between pointwise and uniform continuity, and proved the theorem of uniform continuity (1872) – a function which is continuous on a closed bounded interval of the real numbers is uniformly continuous – by a method analogous to that used later by Borel. Maurey and Tacchi also focus on Cousin's lemma in addition to the works of Lüroth, Pincherle, and others; in particular, they mention Schönflies, who was the first to couple Borel's theorem with Heine's result. They not only compare the different techniques, which are quite similar but also highlight the different theoretical frameworks and motivations of the various protagonists. It was Borel who recognized the importance of being able to extract a finite sub-covering from a covering of a line segment by an infinite (countable for Borel) sequence of intervals. Borel singled out this property and stated it as an independent theorem. It was likewise Borel who understood the role this theorem could play in a mathematical theory of measure.

The theorem called simply the Borel theorem by our two authors, in fact, could have a plethora of names attached to it; Dugac, for example, spoke in his lectures of the Dirichlet-Heine-Weierstrass-Borel-Schönflies-Lebesgue-theorem. The question of attributing names does not, however, always have a rational answer. The next article in this issue presents a method of numerical analysis – a method for solving systems of linear equations – which has always been named after Cholesky, even though

no text authored by Cholesky previously confirmed this label. Owing to an unpublished manuscript by Cholesky written between 1909 and 1911, Claude Brezinski is now able to document Cholesky's presentation of the method that bears his name. A graduate of the École polytechnique and a regular member of the French army, André-Louis Cholesky (1875-1918) worked in the army's geographical and topographical services, where he had the opportunity to develop his algorithm. Indeed, the method of least squares, which has been much used in topography, leads to a system of linear equations. Brezinski provides a thorough analysis of the manuscript, which was found among other papers of Cholesky that were recently added to the archives of the École polytechnique. He highlights not only the theoretical presentation of the algorithm in its historical context (from Gauss on) but also practical aspects of it described by Cholesky, like the arrangement of the computations on a sheet of paper, the use of a particular type of machine to automate certain operations, the time taken to effect the computation, and, above all, the discussion, at each step, of the margins of error.

The two papers on medieval mathematics published in the second part treat commercial arithmetics and algebra. It had generally been held that algebra was introduced into France by Nicolas Chuquet in his 1484 manuscript (only published in the 19th century), where it is called "*rigle des premiers*". Recently, however, Stéphane Lamassé found an earlier instance of an algebraic method in a French manuscript held in the collection of the Bibliothèque nationale de France and dated 1460. The method, not well understood by the copyist, is associated with the method of double false position, but uses an unknown even if the status and notation of this unknown are somewhat ambiguous. This finding shows that the history of the origins of algebra in the French language is much more complex than previously considered. It will thus no longer suffice to study exchanges with the Italian cultural area; the Iberian and Provençal French traditions will also have to be taken into account, as, coincidentally, the final paper in this issue confirms. Moreover, as Lamassé points out, the notion of "genre" seems to be relevant for this study in so far as different genres, with different ranges of exercises and different canons of resolution, may have coexisted, each being associated with algebra.