Revue d'Histoire des Mathématiques

La fonction inaugurale de La Géométrie *de Descartes*

Alain Herreman

Tome 18 Fascicule 2 2012

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

RÉDACTION

Rédacteur en chef :
Norbert Schappacher

Rédacteur en chef adjoint :
Frédéric Brechenmacher

Membres du Comité de rédaction :
Maarten Bullynck
Sébastien Gandon
Veronica Gavagna
Hélène Gispert
Catherine Goldstein
Marc Moyon
Karen Parshall
Silvia Roero
Tatiana Roque
Ivahn Smadja

Directeur de la publication :
Stéphane Seuret

COMITÉ DE LECTURE

Philippe Abgrall
June Barrow-Green
Umberto Bottazzini
Jean Pierre Bourguignon
Aldo Brigaglia
Bernard Bru
Jean-Luc Chabert
François Charette
Karine Chemla
Pierre Crépel
François De Gandt
Moritz Epple
Natalia Ermolaëva
Christian Gilain
Jeremy Gray
Tinne Hoff Kjeldsen
Jesper Lützen
Antoni Malet
Irène Passeron
Jeanne Peiffer
Christine Proust
Sophie Roux
David Rowe
Ken Saito
S. R. Sarma
Erhard Scholz
Reinhard Siegmund-Schultze
Stephen Stigler
Bernard Vitrac

Secrétariat :
Nathalie Christiaën
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96
Mél : rhmsmf@ihp.fr / URL : http//smf.emath.fr/

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs : Prix public Europe : 89 €; prix public hors Europe : 97 €;
prix au numéro : 43 €.
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9
Hindustan Book Agency, O-131, The Shopping Mall, Arjun Marg, DLF Phase 1, Gurgaon 122002, Haryana, Inde

© SMF

Nº ISSN : 1262-022X

Maquette couverture : Armelle Stosskopf

Revue d'histoire des mathématiques
18 (2012), p. 67–156

LA FONCTION INAUGURALE DE *LA GÉOMÉTRIE* DE DESCARTES

Alain Herreman

Résumé. — Cet article introduit les notions de textes et d'énoncés inauguraux pour désigner les textes et les énoncés dont la fonction est d'inaugurer des représentations tenues pour conformes. Ces notions une fois définies, expliquées et discutées, on établit que *La Géométrie* de Descartes est un texte inaugural dont la particularité est d'inaugurer simultanément plusieurs représentations. On montre que la résolution des problèmes sémiotiques inhérents à ces inaugurations rend compte de la progression et de la structure du texte de Descartes. La fonction du problème de Pappus est en particulier reconsidérée dans cette perspective. Les enjeux et conséquences épistémologiques et historiographiques de ces notions et de ces résultats sont ensuite brièvement présentés.

Abstract (The inaugural function of Descartes' *La Géométrie*)

This article introduces the concept of inaugural text, resp. inaugural statement, to designate texts, resp. statements, whose function is to inaugurate representations supposed to be faithful. Having defined, explained, and discussed these concepts, we subsequently establish that Descartes' La Géométrie is an inaugural text in our sense, whose characteristic is to inaugurate several representations. We show that solving the semiotic problems inherent in these inaugurations can explain the progress and structure of Descartes' text. For instance, the function of Pappus's problem is reconsidered in this perspective. To conclude, epistemological and historiographical issues and implications of our concepts and results are presented.

Texte reçu le 9 décembre 2010, révisé et accepté le 12 juillet 2011.

A. Herreman, Institut de Recherche Mathématique de Rennes (IRMAR).
Courrier électronique : alain.herreman@univ-rennes1.fr

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A45, 01A85.

Mots clefs : *La Géométrie* de Descartes, sémiotique, historiographie, fondements des mathématiques, algèbre, géométrie, textes inauguraux.

Key words and phrases. — Descartes' *La Géométrie*, semiotics, historiography, foundations of mathematics, algebra, geometry, inaugural texts.

© Société mathématique de France, 2012

1. INTRODUCTION

Cet article introduit les notions de *textes et d'énoncés inauguraux*. *La Géométrie* de Descartes nous servira à les illustrer et à en montrer l'intérêt. Je commencerai par expliquer la notion générale de *fonction inaugurale* relative à l'introduction d'une nouvelle représentation symbolique. J'introduis ensuite cinq conditions qui serviront à préciser le type d'inauguration considérée et à identifier les textes qui accomplissent cette fonction. Cinq autres conditions similaires sont aussi données pour caractériser un type d'énoncé, les *énoncés inauguraux*, qui sont aussi communs à ces textes. L'application de ces conditions sera d'abord illustrée à partir de l'article de Turing qui introduit et soutient la « thèse de Church-Turing », l'article et la thèse étant ainsi des exemples respectivement de texte et d'énoncé inaugural.

La Géométrie est un texte inaugural dans le sens défini ici (voir II.2). Descartes y inaugure la représentation des problèmes de géométrie et des courbes géométriques par les équations algébriques. Reconnaître que *La Géométrie* est un texte inaugural c'est d'abord reconnaître que ce texte répond à une nécessité, qu'il remplit une fonction : l'inauguration de ces représentations. Cela permet de rendre compte de manière uniforme de l'ensemble de la stratégie argumentative déployée dans ce texte par Descartes en la rapportant à cette fonction inaugurale et aux problèmes sémiotiques auxquels toute inauguration est nécessairement confrontée[1]. Le problème de Pappus, dont la résolution s'étend sur l'ensemble de *La Géométrie*, peut ainsi être entièrement rapporté à ses diverses fonctions inaugurales. Le recours aux instruments pour définir les courbes géométriques ainsi que l'intervention de la classification de Pappus peuvent aussi être rapportés à cette fonction. Je terminerai par quelques considérations sur l'intérêt de reconnaître en histoire des mathématiques les notions de textes et d'énoncés inauguraux.

---

1 Quand il y aura un risque de confusion j'appellerai « problèmes sémiotiques » les problèmes posés par l'inauguration pour les distinguer des problèmes mathématiques reconnus comme tels. Ces problèmes se posent bien à Descartes mais le qualificatif « sémiotique » est bien sûr introduit par l'auteur de l'analyse (AH) qui ne se prononce par sur la perception que Descartes et ses contemporains pouvaient avoir de ces problèmes.

2. FONCTION ET CARACTÉRISATION DES TEXTES ET DES ÉNONCÉS INAUGURAUX

2.1. *La fonction des textes et des énoncés inauguraux*

Un texte mathématique recourt à diverses représentations : pour les nombres, les figures géométriques, les courbes, les fonctions, les énoncés mathématiques eux-mêmes, etc. Ces représentations ont des caractéristiques variées. Elles ont aussi une histoire. Comprendre un texte mathématique c'est notamment comprendre l'usage de ses représentations. Cette compréhension est aussi la condition pour qu'elles puissent être reprises, partagées, enseignées. L'historien des mathématiques se doit, comme le mathématicien, d'en comprendre l'usage, mais il se doit sans doute en plus d'en expliciter les caractéristiques pour en apprécier le rôle et leurs éventuelles implications. Ces représentations ne sauraient en particulier être utilisées sans avoir préalablement été introduites. Comme la maîtrise de l'usage d'une représentation reçue ne peut suffire à faire connaître celui d'une nouvelle, leur variété oblige à des développements spécifiques au moment où elles sont introduites pour la première fois. Une représentation doit ainsi être *inaugurée*. La forme prise par l'inauguration, c'est-à-dire les développements qui accompagnent l'introduction d'une nouvelle représentation vont nécessairement être en rapport avec les caractéristiques de celle-ci, ce qui donne un moyen de les connaître. Je vais ici m'intéresser à un type particulier de représentation dont l'inauguration détermine un type particulier de textes ou, inversement, à un type particulier de textes dont les caractéristiques communes mettent en évidence des caractéristiques communes à diverses représentations au moment de leur inauguration. La notion de *texte inaugural* désigne ici des textes semblables en raison de similitudes entre les représentations qu'ils inaugurent. L'intérêt est de mettre ainsi en évidence que des représentations par ailleurs très différentes, en l'occurrence toujours utilisées mais suivant des usages qui ont évolué, présentaient au moment de leur inauguration une caractéristique remarquable commune. Il est ainsi assez facile de les repérer au moment de leur introduction à partir des caractéristiques des textes qui les inaugurent. La caractéristique remarquable partagée par ces représentations au moment de leur inauguration est leur *conformité* à