

PROBABILITÉS ET PHILOSOPHIE DES MATHÉMATIQUES CHEZ COURNOT¹

Thierry MARTIN (*)

RÉSUMÉ. — L'article se propose de montrer comment, en 1843, Cournot s'efforce de répondre à la crise des fondements qui ébranle le calcul des probabilités, en lui assignant le statut d'une théorie mathématique pure et en distinguant les significations objective et subjective de la probabilité, afin de mesurer la portée de ses applications. On est alors conduit à interroger la représentation proposée par Cournot des mathématiques et de leur rapport au réel, pour mettre à jour la relation qui unit son projet probabiliste et sa philosophie des mathématiques.

ABSTRACT. — PROBABILITY AND PHILOSOPHY OF MATHEMATICS IN THE WORK OF COURNOT. This paper seeks to demonstrate how Cournot, in 1843, sought to respond to the foundational crisis then looming in the calculus of probabilities, by elevating the latter to the status of a theory in the realm of pure mathematics, while making a distinction between the subjective and objective meanings of probability, so as to give a measure of the scope and range of its applications. This leads on to a reappraisal of the representation proffered by Cournot, of mathematics and of their relationships to reality, and thus to elucidation of the connection between his probabilistic programme and his philosophy of mathematics.

1. LE PROJET DE COURNOT DANS L'EXPOSITION

Lorsqu'en 1843 Cournot publie l'*Exposition de la théorie des chances et des probabilités*, il ne se propose pas seulement d'ajouter un nouveau traité de calcul des probabilités à ceux de Laplace, Lacroix et Poisson. Il cherche surtout à «*rectifier des erreurs, lever des équivoques, dissiper des obscurités dont il [lui] a paru que les ouvrages des plus habiles géomètres,*

¹ Cet article reprend des éléments de la thèse soutenue par l'auteur à l'E.H.E.S.S. en février 1994 sous le titre *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*.

(*) Texte reçu le 13 juin 1994, révisé le 17 octobre 1994.

Thierry MARTIN, Université de Franche-Comté, 30 rue Mégevand, 25030 Besançon CEDEX (France).

sur ce sujet délicat, n'étaient point exempts» [1843, p. 3]². Mais il ne s'agit pas de corriger quelque erreur de détail ; ce sont les principes mêmes du calcul qui s'avèrent défectueux et doivent être reconstruits. Ces «*habiles géomètres*» que met en cause Cournot sont, en effet, les bâtisseurs de la théorie, qui ont, certes, édifié le calcul, mais sans prendre soin de donner aux concepts mobilisés un sens à la fois clair et rigoureusement mathématique, laissant par là ouverte la voie à des applications illégitimes ou incertaines. Il s'agit notamment, précise Cournot, de Jacques Bernoulli, dont l'*Ars conjectandi* fonde la théorie des probabilités, mais en même temps, par l'équivocité des concepts qu'il emploie, prépare «*les équivoques qui en ont rendu l'exposition confuse et les applications incertaines*» [1843, p. 62]. Il s'agit également de Condorcet³ et de Laplace qui, édifiant la «*doctrine des probabilités a posteriori*» sur la règle de Bayes, sans distinguer clairement les valeurs objective et subjective de la probabilité, en ont fait «*la source de nombreuses équivoques qu'il faut d'abord éclaircir, d'erreurs graves qu'il faut rectifier*» [1843, p. 106].

Ces obscurités, qui mettent en cause à la fois la cohérence interne de la théorie et la légitimité de ses applications, proviennent notamment d'une double indétermination concernant d'abord le sens de ses concepts directeurs, principalement celui de probabilité, ensuite, et par voie de conséquence, la nature de son rapport au réel.

D'une part, en effet, la constitution du calcul des probabilités depuis le milieu du XVIII^e siècle s'est effectuée non sous la forme d'une théorie unitaire aux concepts clairement définis, mais à partir d'un ensemble d'instruments théoriques indissociables des applications dans lesquelles ils sont investis, appartenant à des domaines hétérogènes (contrats d'assurances, rentes viagères, mesure de la crédibilité des témoignages, etc.) [Daston 1988, 1989]. Ce n'est que progressivement que la théorie mathématique sera distinguée de ses applications, grâce à quoi le calcul des probabilités pourra quitter la sphère des «*mathématiques mixtes*»,

² Si les références donnent l'année de publication des éditions originales des ouvrages de Cournot, la pagination qui la suit est, en revanche, celle des *Œuvres complètes* publiées sous la direction d'André Robinet aux Éditions Vrin.

³ Si Cournot porte un jugement sévère sur l'œuvre probabiliste de Condorcet (cf. également [1843, p. 113]), il faut reconnaître qu'il lui doit plus que ne le laisseraient penser ces critiques, comme l'ont montré B. Bru et P. Crépel ([Bru 1988, p. 89 et 93], [Bru et Crépel 1989, p. 70], [Condorcet *Arith. pol.*]).

sous l'influence notamment des travaux de Condorcet d'abord, de Laplace ensuite.

D'autre part, et conjointement, le concept de probabilité ne reçut pas initialement un sens univoque [Hacking 1975], désignant tantôt une probabilité objective, tantôt une probabilité subjective, mais sans que ces sens soient clairement distingués, et sans que la valeur objective du calcul des probabilités puisse être nettement établie, l'ambiguïté du concept de probabilité se faisant sous le primat d'une interprétation subjectiviste [Daston 1988, 1989]. L'indétermination qui en résulte concernant le sens du concept de probabilité et la portée des applications du calcul engendre alors une série de difficultés qui, à la fois, motive les critiques dont il est l'objet et exige un effort de clarification conceptuelle et de réflexion sur les fondements qui constitue l'apport essentiel de l'œuvre probabiliste de Cournot.

Celui-ci se propose, en effet, grâce à un effort de clarification conceptuelle permettant d'asseoir la théorie des probabilités sur des fondements solides et d'en mesurer la portée des applications, de lever les *«difficultés qui ont rendu jusqu'ici suspecte à de bons esprits toute la théorie de la probabilité mathématique»* [1843, p. 4]. On songe bien sûr ici aux doutes élevés par d'Alembert dès 1754 dans l'*Encyclopédie* et développés dans plusieurs textes (voir notamment [1761] et [1767]). Mais, au moment où Cournot écrit, la théorie des probabilités est encore l'objet d'une série de critiques auxquelles il convient de répondre en assignant à ses résultats leur véritable sens. En témoigne la virulence dont font preuve Auguste Comte, jugeant *«la notion fondamentale de la probabilité évaluée [...] directement irrationnelle et même sophistique»* [1830–1842/1975, t. I, p. 435], ou Jean-Baptiste Bordas-Demoulin estimant que *«l'application du calcul des probabilités aux phénomènes de l'univers, aux événements de la vie et des sociétés [...] conduit toujours à des résultats faux, ou illusoire, et qu'elle est une des plus grandes extravagances qui soient tombées dans l'esprit humain»* [1843, t. II, p. 418–419].

Mais, les attaques que subit le calcul des probabilités ne proviennent pas seulement des philosophes. Déjà, les travaux de Laplace et de Poisson sur la probabilité des jugements suscitent des critiques particulièrement vives jusque chez les mathématiciens [Bru 1981], mais c'est plus largement l'application du calcul des probabilités au «monde moral»

qui fait l'objet de controverses. Poinsot, par exemple, lors de la discussion qui suivit la *Note sur le calcul des probabilités* présentée par Poisson à l'Académie des sciences en 1836, la dénonce comme une «*fausse application de la science mathématique*» [Poisson 1836a, p. 380] et «*une sorte d'aberration de l'esprit*» [Poisson 1836b, p. 399]. Il est donc nécessaire en 1843 de réformer les principes du calcul des probabilités, afin d'en assurer la validité objective, et ceci d'autant plus qu'aux yeux de Cournot, il constitue «*l'application la plus vaste de la science des nombres*» [1843, p. 60], dépassant même, quant à sa portée, le champ de la géométrie et de la mécanique [1843, p. 61].

Cette réflexion sur les fondements du calcul des probabilités et le sens de ses applications, où Cournot voit l'originalité de son travail [1843, p. 4], le conduit à opérer un double déplacement par rapport à la tradition probabiliste du XVIII^e siècle en assignant au calcul des probabilités le statut d'une théorie mathématique pure, et en faisant le partage entre les sens objectif et subjectif de la probabilité, donc aussi de ses applications au réel.

Certes, Cournot ne vient pas rompre brutalement avec la tradition qui le précède. On peut sans doute considérer Laplace comme le premier probabiliste à distinguer explicitement les sens objectif et subjectif de la probabilité [Daston 1988, p. 191], ou voir dans l'œuvre de Condorcet la première distinction de la définition abstraite de la probabilité et de sa double interprétation, décisionnelle d'une part, fréquentielle de l'autre [Rashed 1974, p. 48–52]. D'un autre côté, il est vrai que la *Théorie analytique des probabilités*, fondée sur le calcul des fonctions génératrices [Laplace 1812, p. 1] constitue le calcul des probabilités en théorie purement mathématique, indépendante de ses applications au réel. Cependant, d'une part, cela n'empêche pas Laplace de définir en même temps la probabilité comme produit de notre ignorance, donc en termes extra-mathématiques, et d'autre part force est de constater que les efforts aussi bien de Condorcet et de Laplace que de leurs successeurs n'ont pas permis de répondre définitivement aux objections et critiques dont souffre la théorie des probabilités.

Si l'on ne cherche pas à s'en tenir à une question de priorité, il faut admettre que la réflexion de Cournot prenant pour objet principal d'analyse la mise en ordre des significations du concept de probabilité et

la mesure de son pouvoir d'informer le réel, vient achever ce mouvement d'émancipation de la théorie des probabilités pour lui conférer le statut de théorie mathématique pure, et lever l'ambiguïté qui régnait sur le sens du concept de probabilité. Et, si la question du statut objectif ou subjectif de la probabilité ne se clôt pas avec Cournot, on peut au moins lui reconnaître le mérite d'en avoir clairement défini les termes. Ce sont ces préoccupations de Cournot que nous nous proposons d'étudier, en montrant comment elles se relient à sa représentation des mathématiques, et particulièrement à la façon dont il comprend leur adéquation au réel.

2. LA PURETÉ DU CALCUL DES PROBABILITÉS

Les premières pages de l'*Exposition* montrent clairement que Cournot entend assigner au calcul des probabilités le statut d'une théorie purement mathématique, le situant dans la sphère des mathématiques pures. Le premier chapitre expose les règles élémentaires de l'analyse combinatoire, définie comme une «*science abstraite et purement rationnelle*» [1843, p. 7]. C'est sur ce socle que s'appuie le calcul des probabilités, constituant une «branche» de la combinatoire, ce que révèle la construction cournotienne de la définition de la probabilité au chapitre II. Appliquée à un événement aléatoire, l'idée de combinaison permet de distinguer des «hypothèses», ou «chances», favorables ou défavorables à sa réalisation, et de les répartir en deux ensembles symétriques selon qu'elles jouissent de l'une ou l'autre de ces deux propriétés contraires, ce qui suffit pour définir la probabilité comme rapport de chances. Le concept de probabilité ne requiert donc pour son élaboration aucun élément d'empiricité, ni de considération portant sur l'étendue de nos connaissances.

Par là, Cournot rompt avec les définitions de type subjectiviste sur lesquelles les probabilistes précédents édifiaient la théorie, et au premier chef, ceux-là même qui lui fournissent la matière principale de son livre, Laplace, Lacroix et Poisson. Laplace, en effet, reprend dans l'*Essai philosophique sur les probabilités* [1814/1986, p. 34] la définition de la probabilité comme produit de notre ignorance et de nos connaissances déjà formulée dans la *Théorie analytique des probabilités* [1812, p. 177–178], et que préparait le mémoire lu en 1773 [1776, § xxv]. De même, Lacroix, pour qui la probabilité est la «*mesure du degré de confiance*» en l'arrivée d'un événement, la définit par le rapport du nombre des jugements affirmatifs