Revue d'histoire des mathématiques,
5 (1999), p. 61–82.

SUR LES FIGURES DU TRAITÉ DES *CONIQUES* D'APOLLONIOS DE PERGÉ ÉDITÉ PAR EUTOCIUS D'ASCALON

Micheline DECORPS-FOULQUIER (*)

RÉSUMÉ. — Le présent article porte sur le *corpus* de figures transmis dans les Livres I-IV du traité des *Coniques* d'Apollonios de Pergé (autour de 200 avant J.-C). On ne dispose pas de l'édition originale de ces quatre premiers Livres. Les traditions grecque et arabe ont transmis l'édition d'Eutocius d'Ascalon (VI[e] siècle après J.-C.). Cette édition était accompagnée d'un commentaire que seule la tradition grecque nous a transmis. Après avoir rappelé l'usage de la géométrie grecque classique, l'auteur examine les pratiques de la figure observables dans le traité, les habitudes respectées dans les tracés et la nature des figures transmises par la tradition manuscrite, en distinguant autant que possible ce qui peut remonter à Apollonios et ce qui peut revenir à l'éditeur-commentateur.

ABSTRACT. — ON DIAGRAMS IN APOLLONIUS OF PERGA'S *CONICS* EDITED BY EUTOCIUS OF ASCALON. — This article deals with the *corpus* of diagrams included in Books I–IV of Apollonios of Perga's *Conics* (ca. 200 B.C.). The original text of these four books has not survived. The Greek as well as the Arabic traditions have handed down to us Eutocius of Ascalon's edition (6th century A.D.), which came with a commentary only preserved by the Greek tradition. After a survey of the usage of construction methods in Greek classical geometry, the author studies diagram practices in the treatise, drawing rules, and the nature of the figures handed down by manuscripts. As far as possible, a distinction between Apollonios's own composition and what must be ascribed to the editor and commentator is drawn.

Les *Coniques* sont l'œuvre majeure d'Apollonios de Pergé, l'un des trois plus grands mathématiciens hellénistiques avec Euclide et Archimède. Le traité a été écrit autour de 200 avant J.-C. Il rassemble, ordonne

(*) Texte reçu le 1[er] décembre 1998, révisé le 29 juillet 1999.
Micheline DECORPS-FOULQUIER, Université Blaise Pascal (Clermont II), UFR Lettres, Langues et Sciences Humaines, Département de Grec, 29 Bd. Gergovia, 63037 Clermont-Ferrand (France).
Courrier électronique : decorps@cicsun.univ-bpclermont.fr.

et démontre les propriétés fondamentales des trois courbes, la parabole, l'hyperbole et l'ellipse, définies commes sections d'un cône quelconque[1]. À l'origine, l'ouvrage avait été composé en huit Livres, les quatre premiers constituant, selon la préface même de l'auteur, les Livres d'« éléments », les quatre autres présentant les recherches propres du mathématicien sur des questions plus délimitées, comme l'étude des normales aux coniques, exposée dans le Livre V. De ces huit Livres, les quatre premiers ont été transmis par les traditions grecque et arabe, les trois suivants par la tradition arabe seule ; le huitième s'est perdu à la fin de l'Antiquité[2].

Les quatre premiers Livres n'ont pas été conservés sous leur forme originale. La tradition grecque comme la tradition arabe a transmis l'édition procurée par le mathématicien, commentateur d'Archimède, Eutocius d'Ascalon (VI^e siècle après J.-C.)[3]. Eutocius avait accompagné son édition d'un commentaire qui nous est parvenu indépendamment de l'édition et uniquement en langue grecque[4]. Ce commentaire est particulièrement précieux. Non seulement Eutocius fournit de nombreuses explications d'ordre mathématique et historique pour faciliter et enrichir la lecture des quatre premiers Livres, mais il nous donne le moyen de remonter à ses sources et de juger de ses choix d'éditeur. Eutocius, en effet, a travaillé sur plusieurs « éditions » du texte d'Apollonios[5] ; chaque

[1] L'ouvrage inclut également l'étude du cercle.

[2] L'édition critique du texte grec des Livres I–IV des *Coniques* est due à J.L. Heiberg [Apollonios de Pergé 1891–1893]. Le texte arabe nous est parvenu dans la traduction réalisée à Bagdad au IX^e siècle sous l'égide des Banû Mûsâ. L'*editio princeps* du texte arabe des Livres V–VII est due à G.J. Toomer [Apollonios de Pergé 1990]. L'œuvre entière a été traduite en français par P. Ver Eecke [Apollonios de Pergé 1923] ; la traduction des Livres I–IV a été faite sur le texte grec édité par Heiberg et celle des Livres V–VII sur la version latine de l'astronome Halley donnée dans son édition gréco-latine des *Coniques* [Apollonios de Pergé 1710].

[3] La tradition médiévale grecque qui nous a transmis le traité édité par Eutocius remonte à un ancêtre unique, le *Vaticanus gr.* 206, datable de la fin du XII^e ou du début du XIII^e siècle. J'ai étudié dans ma thèse de Doctorat d'État l'histoire de la transmission des Livres I–IV depuis l'Antiquité jusqu'à l'*editio princeps* de Halley [Apollonios de Pergé 1710], et examiné l'ensemble de la tradition manuscrite [Decorps-Foulquier 1995]. La première partie de ce travail est parue sous le titre *Recherches sur les Coniques d'Apollonios de Pergé et leurs commentateurs grecs* [Decorps-Foulquier 1999].

[4] Le commentaire a été transmis par les manuscrits de la « Petite astronomie », collection bien connue de traités d'astronomie mathématique antérieurs à Ptolémée. Il a été édité par Heiberg dans [Apollonios de Pergé 1891–1893, II, p. 168–361].

[5] Il nous l'apprend lui-même dans l'introduction de son commentaire [Apollonios de

fois qu'il l'a jugé nécessaire, il a reproduit dans son commentaire les différentes versions entre lesquelles il a dû choisir pour établir le texte des propositions.

Le traité des *Coniques* édité par Eutocius nous a été transmis avec un *corpus* de figures relativement important. C'est ce *corpus* que je me propose d'examiner. Mes observations porteront sur l'usage de la figure et ses relations avec le texte, sur les tracés adoptés dans les manuscrits et le choix des figures transmises. Mais auparavant, il est important de rappeler la tradition dans laquelle se situe Apollonios.

LA FORME EUCLIDIENNE DU TRAITÉ

Le traité d'Apollonios appartient à la tradition de la géométrie grecque classique dont les *Éléments* d'Euclide ont pérennisé le modèle formel. L'ouvrage des *Coniques* se présente donc comme un enchaînement de propositions validant les résultats formulés. Aucune note explicative ne vient rompre la succession des propositions dont la chaîne se construit selon les exigences logiques d'une science démonstrative, en excluant tout ce qui n'est pas essentiel.

Les résultats acquis sont réutilisés dans la suite du traité sans qu'il y ait de référence explicite aux numéros des propositions qui les ont démontrés[6], de même que sont assumées tacitement les propriétés qu'on trouve démontrées dans les *Éléments* d'Euclide.

La plupart de ces propositions sont des théorèmes (θεωρήματα) et démontrent une propriété[7]. Leur déroulement suit l'ordre établi des parties constitutives, que le philosophe néoplatonicien Proclus (V^{e} siècle après J.-C.) a explicité dans son *Commentaire au Livre I* des *Éléments* d'Euclide [Proclus 1873, p. 203, 1–205, 12], à savoir :

- l'*énoncé* (πρότασις) ;

Pergé 1891–1893, II, p. 176, 17–22].

[6] On trouve quelques références internes à la fin des propositions I, 43–47, I, 52–56, II, 49, III, 14 et IV, 10, 11. Comme je l'ai signalé dans [Decorps-Foulquier 1999], ces références, qui correspondent toutes aux numéros de l'édition d'Eutocius, ont été introduites par un ou plusieurs lecteurs intéressés par ces groupes de propositions. Voir également les remarques que leur consacre M. Federspiel [1994].

[7] À la fin des Livres I et II, on trouve aussi une seconde forme de proposition, le *problème*, qui se présente comme une construction à effectuer.

• l'*ecthèse* ou « exposition » (ἔκθεσις), qui est en fait une exemplification des données formulées de manière générale dans l'*énoncé* ;

• le *diorisme* (διορισμός), qui énonce la propriété à démontrer en tenant compte de l'ecthèse ; c'est une exemplification de l'objet de la recherche ;

• la *construction*, qui, selon les termes de Proclus, « ajoute ce qui manque à la chose donnée pour la poursuite de la chose cherchée » ; c'est la construction des lignes auxiliaires ;

• la *démonstration* ;

• la *conclusion*, qui constate que la propriété est démontrée dans les termes de l'*énoncé* précisés par l'*ecthèse*.

La démonstration est de type synthétique. Ce que le traité écrit nous transmet, c'est un état achevé du raisonnement. Tout le parcours heuristique qui a précédé ne fait pas l'objet d'une formulation écrite. On a devant les yeux le parcours déductif qui part des données pour aboutir au résultat cherché.

Chaque proposition est accompagnée d'une figure, qui fait voir les constructions spécifiées dans le texte écrit. Celle-ci illustre la configuration particulière sur laquelle est bâti le raisonnement[8]. Les points mentionnés dans l'*ecthèse* et la *démonstration* sont repérés par les mêmes lettres dans la figure, ce qui assure la correspondance voulue.

Cette figure, comme le fait remarquer Giuseppe Cambiano à propos de la tradition euclidienne, « *est entièrement dessinée dans sa configuration ultime, de façon que toutes les opérations graphiques apparaissent comme ayant été déjà accomplies* » [Cambiano 1992, p. 257]. La figure correspond à l'état final de la construction.

Avant de s'interroger sur les relations entre la figure et le texte dans le traité des *Coniques*, il n'est pas inutile de rappeler quel était le statut de la figure dans la tradition mathématique dont il relève.

LE STATUT DE LA FIGURE

Les Grecs n'ont pas laissé le savoir mathématique en dehors du champ

[8] L'usage est de ne raisonner que sur un seul cas de figure (πτῶσις). Sur la définition du cas de figure et les diverses manières d'effectuer la construction, voir les explications de Proclus dans son commentaire du Livre I des *Éléments* [Proclus 1873, p. 212, 5-11] et celles d'Eutocius dans son commentaire de la proposition I, 1 des *Coniques* [Apollonios de Pergé 1891-1893, II, p. 202, 5-13]. Voir également [Mugler 1958, *s.v.* πτῶσις, p. 370].

de l'enquête philosophique. Dans la tradition philosophique antérieure à Euclide, un certain nombre de conceptions de l'être mathématique avaient été formulées. Pour Platon, je le rappelle, l'être mathématique n'appartient pas au monde sensible. Il est une réalité objective qui n'est pas créée par le géomètre, mais existe à part de son intervention. Il est soustrait au devenir, au changement et au mouvement. Aristote, qui, comme on le sait, n'accorde pas un tel statut ontologique aux êtres mathématiques, légitime cependant la démarche du géomètre, qui étudie leurs attributs en les séparant par la pensée[9].

Entre l'objet géométrique que la proposition vise à construire ou dont elle démontre les propriétés ou les relations avec d'autres objets et la figure matérielle qui le représente, la distance était nettement établie. Pour Platon, je renvoie évidemment à sa classification des objets de la connaissance (τὰ γιγωσκόμενα), à la fin du Livre VI de la *République* : les géomètres, rappelle Socrate, « se servent de figures visibles et raisonnent sur elles » (510d), mais ce ne sont pas ces figures matérielles qu'ils tracent auxquelles ils pensent. Ils s'en servent comme d'images pour atteindre les autres objets auxquels celles-ci ressemblent, les figures idéales que sont « le carré en soi », « la diagonale en soi ». Aristote rappelle également que «*ni les lignes sensibles ne sont les lignes dont parle le géomètre (car les sens ne nous donnent ni ligne droite, ni ligne courbe, conforme à la définition ; le cercle sensible ne rencontre pas la tangente en un point seulement, mais bien de la manière qu'indiquait Protagoras dans sa réfutation des géomètres) ; ni les mouvements et les orbes du ciel ne sont les mêmes que dans les calculs astronomiques*» [Aristote 1962, II, 2, 998a].

Les géomètres eux-mêmes affirmaient une distance en utilisant des mots différents pour désigner la figure au sens d'« objet géométrique » et la figure comme dessin. Dans la langue géométrique classique, le terme σχῆμα renvoyait le plus souvent à la figure géométrique [Mugler 1958, *s.v.* σχῆμα, p. 408] et le mot καταγραφή au tracé [Mugler 1958, *s.v.* καταγραφή, p. 242]. De même, dans la rédaction de la proposition, l'usage était d'éliminer toute référence au sensible quand on opérait sur la figure [Mugler 1958, p. 19–21]. Chaque fois qu'il s'agissait de mener une droite, de joindre deux points, ou de toute autre construction, la première personne du pluriel, qui aurait révélé l'intervention d'un opérateur, était évitée. On

[9] *Métaphysique*, XIII, 3.