459 ASTÉRISQUE

2025

FINITUDE OF PHYSICAL MEASURES FOR RANDOM MAPS

Pablo G. BARRIENTOS, Fumihiko NAKAMURA
Yushi NAKANO & Hisayoshi TOYOKAWA

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Astérisque est un périodique de la Société mathématique de France
Numéro 459, 2025

Diffusion

Maison de la SMF
B.P. 67
13274 Marseille Cedex 9
France
`christian.smf@cirm-math.fr`

AMS
P.O. Box 6248
Providence RI 02940
USA
`www.ams.org`

Tarifs

Vente au numéro : 56€ ($69)
Abonnement : Europe : 665€ ; hors Europe : 718€ ($1 077)
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Secrétariat

Astérisque
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré, 11 rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05, France
Fax : (33) 01 40 46 90 96
`asterisque@smf.emath.fr` • `http://smf.emath.fr/`

ISSN : 0303-1179 (print) 2492-5926 (electronic)
ISBN : 978-2-37905-214-9
doi : 10.24033/ast.1248

Directrice de la publication : Isabelle Gallagher

459 ASTÉRISQUE

2025

FINITUDE OF PHYSICAL MEASURES FOR RANDOM MAPS

Pablo G. BARRIENTOS, Fumihiko NAKAMURA

Yushi NAKANO & Hisayoshi TOYOKAWA

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Pablo G. Barrientos
Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal Fluminense, Niterói, Brazil.
`pgbarrientos@id.uff.br`

Fumihiko Nakamura
Faculty of Engineering, Kitami Institute of Technology, Hokkaido, 090-8507, Japan.
`nfumihiko@mail.kitami-it.ac.jp`

Yushi Nakano
Faculty of Science, Hokkaido University, Hokkaido, 060-0810, Japan.
`yushi.nakano@math.sci.hokudai.ac.jp`

Hisayoshi Toyokawa
Faculty of Engineering, Kitami Institute of Technology, Hokkaido, 090-8507, Japan.
`h_toyokawa@mail.kitami-it.ac.jp.`

Texte soumis le 19 septembre 2022, accepté le 1er octobre 2023.

***Mathematical Subject Classification.* —** Primary 37A30, 37C40, 37H05; Secondary 37A50, 37C30, 60J05.
Keywords. Palis conjecture; physical measures; random maps; absolutely continuous ergodic stationary probability measures; Markov operators; Markov processes
Mots-clefs. Conjecture de Palis; mesures physiques; applications aléatoires; mesures de probabilité stationnaires, ergodiques et absolument continues; opérateurs de Markov; processus de Markov

FINITUDE OF PHYSICAL MEASURES FOR RANDOM MAPS

by Pablo G. BARRIENTOS, Fumihiko NAKAMURA,
Yushi NAKANO & Hisayoshi TOYOKAWA

Abstract. — For random compositions of independent and identically distributed measurable maps on a Polish space, we study the existence and finitude of absolutely continuous ergodic stationary probability measures (which are, in particular, physical measures) whose basins of attraction cover the whole space almost everywhere. We characterize and hierarchize such random maps in terms of their associated Markov operators, as well as show the difference between classes in the hierarchy by plenty of examples, including additive noise, multiplicative noise, and iterated function systems. We also provide sufficient practical conditions for a random map to belong to these classes. For instance, we establish that any continuous random map on a compact Riemannian manifold with absolutely continuous transition probability has finitely many physical measures whose basins of attraction cover the manifold Lebesgue almost everywhere.

Résumé. (**Finitude des mesures physiques pour les applications aléatoires**) — Pour des compositions aléatoires de cartes mesurables indépendantes et identiquement distribuées sur un espace polonais, nous étudions l'existence et la finitude de mesures de probabilité stationnaires ergodiques absolument continues (qui sont, en particulier, des mesures physiques) dont les bassins d'attraction couvrent presque partout tout l'espace. Nous caractérisons et hiérarchisons ces cartes aléatoires en fonction de leurs opérateurs de Markov associés, et montrons la différence entre les classes dans la hiérarchie par de nombreux exemples, y compris le bruit additif, le bruit multiplicatif et les systèmes de fonctions itérées. Nous fournissons également des conditions pratiques suffisantes pour qu'une carte aléatoire appartienne à ces classes. Par exemple, nous établissons que toute application aléatoire continue sur une variété riemannienne compacte avec probabilité de transition absolument continue admet un nombre fini de mesures physiques dont les bassins d'attraction recouvrent la variété presque partout au sens de Lebesgue.

CONTENTS