

SOMMAIRE DU N° 111

SMF	
Mot de la Présidente	3
MATHÉMATIQUES	
Le théorème de S. Mazur sur les algèbres normées, <i>P. Mazet</i>	5
Géométrie analytique p -adique : la théorie de Berkovich, <i>A. Ducros</i>	12
MATHÉMATIQUES ET MUSIQUE	
« Raisonances » mathématiques en musique, <i>F. Nicolas</i>	30
ENSEIGNEMENT	
Les L en mathématiques	
Les résultats de l'enquête sur la licence, <i>La Commission Enseignement de la SMF</i> ..	39
Compte-rendu de la journée du 6 octobre 2006 consacrée au L	41
Le Parcours des écoles d'ingénieurs Polytech, <i>M. Peigné</i>	44
HISTOIRE	
International Journal for the History of Mathematics Education, <i>G. Schubring</i>	47
PRIX ET DISTINCTIONS	
Comment K. Itô a révolutionné l'étude des processus stochastiques, <i>M. Yor</i>	51
INFORMATIONS	
L'Associazione Subalpina Mathesis di Torino, <i>F. Pastrone, L. Giacardi</i>	57
Les publications mathématiques : une situation en évolution, <i>V. Cohoner, F. Dal'Bo,</i> <i>L. Zweig</i>	60
Recrutements universitaires des mathématiciens en 2006, (1 ^{re} session), <i>L. Busé</i>	72
CARNET	
Gustave Choquet (1 ^{er} mars 1915 - 14 novembre 2006), <i>M. Talagrand</i>	75
Gustave Choquet et l'enseignement des mathématiques à l'université, <i>M. Rogalski</i> ..	77
Choquet et l'enseignement de la Géométrie élémentaire, <i>A. Revuz</i>	84
Mémoires d'étudiant, <i>G. Godefroy</i>	87
Adrien Douady (25 septembre 1935 - 2 novembre 2006), <i>C. Anné</i>	89
LIVRES	91

Éditorial

C'est pour moi sans doute la dernière occasion de vous présenter mes vœux. Après cinq années à la tête de la Gazette, je céderai la place à Jean-Christophe Leger cet été. Par ailleurs depuis quelque mois la composition de la Gazette est entièrement réalisée par Claire Ropartz. Qu'elle soit ici remerciée pour l'efficacité de son travail, qui vient en surcharge de ses autres responsabilités à la SMF. Enfin le numéro spécial 2006 souffre d'un petit retard dû à l'ampleur du projet : la retranscription des entretiens de Liliane Beaulieu avec Henri Cartan. Il vous parviendra au cours de l'année 2007, que je vous souhaite bonne et heureuse.

— Colette Anné

Mot de la Présidente

Vous recevez avec cette *Gazette* un exemplaire de la brochure « Zoom sur les métiers des mathématiques » réalisée en partenariat avec l'ONISEP. Le document sera diffusé à plusieurs dizaines de milliers d'exemplaires, notamment à l'ensemble des collèges et lycées, ainsi qu'à tous les membres de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) et des autres associations parties prenantes du projet (SMAI, SFDS, femmes et mathématiques).

Destiné à un public large et extérieur à notre communauté, ce document met en évidence une évolution notable du rôle de notre discipline dans la société française. Les métiers des mathématiques se diversifient indiscutablement, et nous ne sommes pas les seuls à le dire. La presse commence à se faire l'écho de ce changement : Robin Carcan, dans la revue *Courrier Cadre* de l'Association Pour l'Emploi des Cadres, ou encore Amélie Castan pour le magazine pour lycéens *Phosphore* ou plus récemment pour *Eureka* ont publié des articles décrivant la variété et l'ubiquité des métiers des mathématiques.

Sa lecture est utile pour nous aussi : les métiers des mathématiques sont parfois différents de ceux que nous imaginions, les parcours de formation qui y conduisent également. Nos formations universitaires sont-elles bien adaptées ? Comment renforcer la présence des mathématiques dans les écoles d'ingénieurs, dont beaucoup de professionnels des mathématiques sont issus ? Groupe de travail avec la Commission du Titre des Ingénieurs, réunion publique sur le niveau L, réunion des responsables de Masters, parrainage du troisième colloque « Mathématiques dans les formations d'ingénieur », voilà quelques initiatives de la SMF dans les prochains mois dans ce domaine.

Mais ces actions ne suffisent pas. Il faut travailler avec toutes les associations de mathématiques, avec les autres disciplines scientifiques, ce que nous faisons dans le cadre d'Action Science. Il faut surtout réussir à toucher plus profondément l'opinion publique et les décideurs politiques. Alors que des besoins nouveaux en compétences mathématiques se manifestent, l'évolution de l'enseignement secondaire depuis la « rénovation pédagogique » de 1995 a entraîné une chute brutale du niveau mathématique des bacheliers scientifiques. En 1994 près de 75 000 élèves avaient 9 h de mathématiques par semaine en terminale, ils n'étaient plus qu'environ 35 000 à avoir 7,5 h de mathématiques par semaine en 2004 ! Et, malgré cela, l'idée que les mathématiques demeurent avant tout un outil de sélection reste profondément ancré dans l'esprit de nombre de nos concitoyens

et alimentée régulièrement par la presse et les médias. Comment sortir de cette impasse ?

Il n'y a évidemment pas de recette miracle. Il faut en toute circonstance expliquer et essayer de convaincre. « Zoom sur les métiers des mathématiques » est un outil de plus à notre disposition pour faire avancer la réflexion collective sur l'utilité et la nécessité des mathématiques. Dans cet esprit, nous avons prévu d'organiser au printemps une rencontre entre plusieurs centaines de lycéennes et lycéens et ces jeunes professionnels qui vivent au jour le jour les nouveaux métiers des mathématiques.

Le 15 décembre 2006
Marie-Françoise Roy

MATHÉMATIQUES

La preuve originale de S. Mazur pour son théorème sur les algèbres normées

Pierre Mazet¹

1. Introduction

Théorème 1. *Toute \mathbb{C} -algèbre normée qui est un corps est isomorphe au corps des nombres complexes.*

C'est une version classique d'un énoncé connu sous le nom de Théorème de Gelfand-Mazur.

Historiquement le premier énoncé de ce type est celui de Stanislaw Mazur publié dans les *Annales de la Société Polonaise de Mathématiques* [9] daté du 25 juin 1938 sous la forme :

Théorème 2. *Si, dans un anneau linéaire \mathfrak{A} , une norme est définie satisfaisant – outre des conditions habituelles – à la condition $\|A.B\| = \|A\|.\|B\|$, l'anneau \mathfrak{A} équivaut (c.-à-d. peut être représenté en conservant les opérations et la norme) soit au corps des nombres réels, soit à celui des nombres complexes, soit au corps des quaternions réels; si \mathfrak{A} est un corps (non nécessairement commutatif) et la norme satisfait à la condition plus faible $\|A.B\| \leq \|A\|.\|B\|$, il est isomorphe (c.-à-d. représentable homéomorphiquement avec conservation des opérations) à un des trois corps mentionnés.*

Ces résultats sont repris sous une forme légèrement différente dans une note aux *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* du 28 novembre 1938 [1] où l'on trouve :

Théorème 3. *Chaque domaine de rationalité du type (B^*) est isomorphe au domaine de rationalité des nombres réels, des nombres complexes ou des quaternions.*

(Dans la terminologie de Mazur, un domaine de rationalité est une \mathbb{R} -algèbre qui est un corps; elle est dite de type B^* lorsqu'elle est munie d'une norme d'algèbre.)

En restreignant cet énoncé au cas des \mathbb{C} -algèbres on obtient immédiatement l'énoncé 1

Peu de temps après, Israil Moiseevic Gelfand dans une note aux *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS* du 27 mars 1939 [2] présente son programme d'études des \mathbb{C} -algèbres normées et énonce :

¹ Université Pierre et Marie Curie, Institut de mathématiques de Jussieu (UMR 7586)